

Module :

systèmes asservis linéaires



▶ Diaporamas : les asservissements

▶ Résumé de cours

- 1- Structure d'un système asservi
- 2- Transmittances en boucle ouverte et fermée
- 3- Stabilité d'un système bouclé
- 4- Marge de phase d'un système bouclé
- 5- Stabilité « satisfaisante » d'un système en boucle fermée
- 6- Précision d'un système bouclé
- 7- Calcul de l'erreur ε pour une entrée donnée
- 8- Influence de la classe d'un système sur sa précision
- 9- Principes généraux de correction
- 10- Correcteurs améliorant la précision
- 11- Correcteurs améliorant la stabilité

▶ Exercices

- Système asservi en régime continu
- Principe de la régulation de vitesse
- Modélisation d'un asservissement de position
- Réponse d'un système asservi du premier ordre
- Réglage d'un asservissement par l'amortissement
- Réglage d'un asservissement par la marge de phase
- Etude d'un enregistreur graphique
- Réglage de la marge de phase d'une PLL
- Précision d'un asservissement
- Classe et précision
- Filtre correcteur
- Correction d'un asservissement de position
- Correcteur proportionnel-intégral

▶ Questionnaire : les systèmes asservis en questions

1) Structure d'un système asservi :

Un système asservi est un système commandé possédant un dispositif de retour permettant de compenser le manque de fidélité d'un système physique. Il comprend :

- **la chaîne directe $H(p)$** : c'est le système commandé qui est soumis à l'influence des perturbations et manque donc de fidélité. Sa transmittance est souvent notée $H(p)$.
- **la chaîne de retour K** : elle convertit la grandeur de sortie en une tension qui est le signal de retour x_r . Ce capteur doit être fidèle (insensible aux perturbations).
- **l'organe d'affichage K** : il transforme la valeur désirée Y_e de y (consigne) en tension x . Il n'est pas présent dans tous les asservissements.
- **le comparateur** : il élabore le signal d'erreur $e = x - x_r$

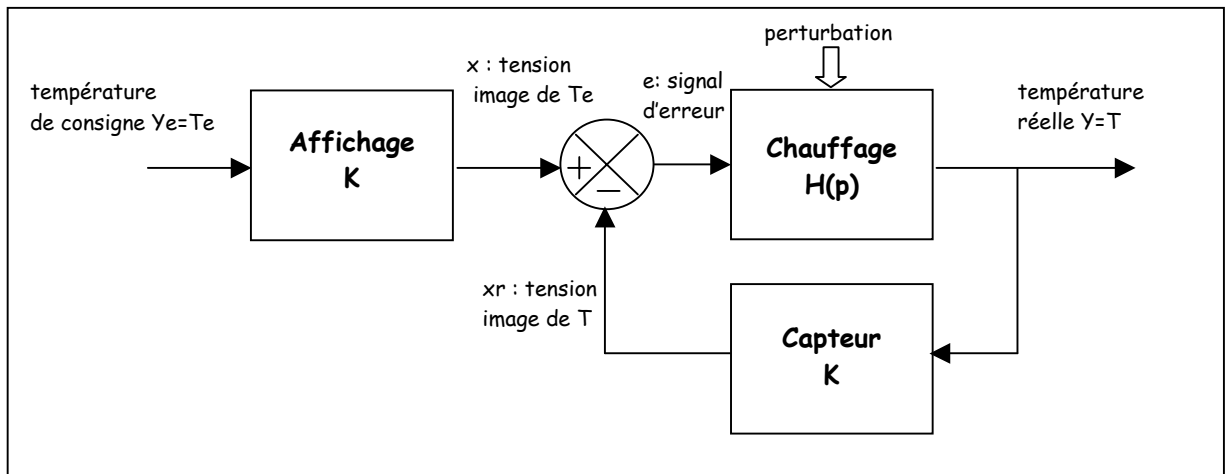
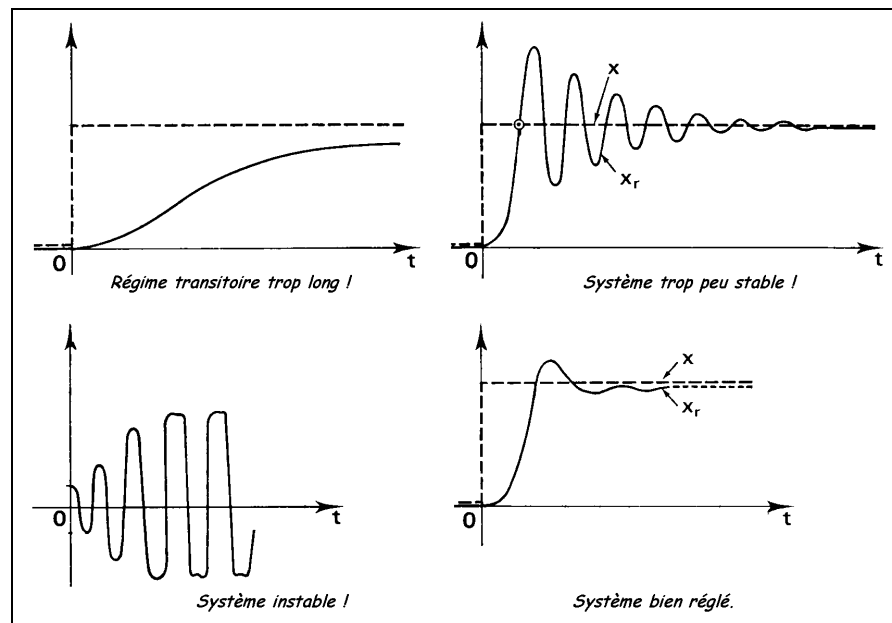


Figure 1. Exemple d'un système de régulation de température.

Un bon système asservi sera caractérisé par :

- une erreur très faible, et si possible nulle (y très voisin ou égal à y_d) en régime permanent
- un temps de réponse $t_{r5\%}$ le plus court possible en régime transitoire

Figure 2. Exemples de réponses de systèmes asservis.



Remarque : un asservissement idéal sera caractérisé par une sortie égale à la consigne, soit $Y = Y_e$ et donc $x = x_r$ et $e = 0$

2) Transmittances en boucle ouverte et fermée :

⇒ un système asservi linéaire dans une certaine plage autour du point de repos, muni d'un organe d'affichage, d'une boucle de retour et supposé initialement au repos, a le schéma fonctionnel suivant :

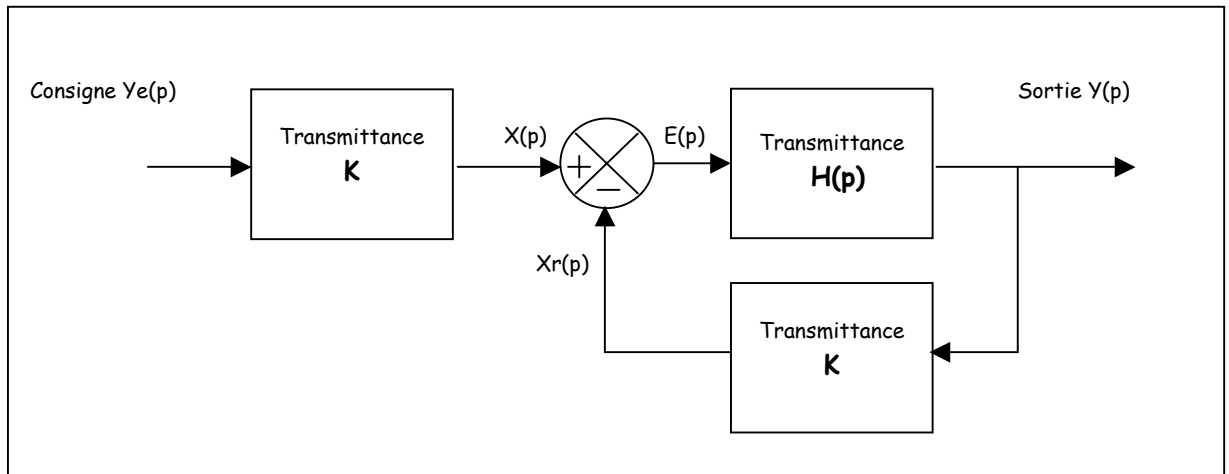


Figure 3. Schéma fonctionnel d'un asservissement linéaire

La transmittance K se réduit la plupart du temps à une simple constante, c'est la raison pour laquelle on la note K et non K(p).

Calculons la relation entre Y(p) et Ye(p) :

$$Y(p) = H(p).E(p) = H(p)[X(p) - X_r(p)] = H(p)[K.Y_e(p) - KY(p)]$$

$$\text{d'où : } Y(p)[1 + H(p).K] = Y_e(p).H(p).K$$

$$\text{et, enfin : } T'(p) = \frac{Y(p)}{Y_e(p)} = \frac{H(p).K}{1 + H(p).K} \quad \text{qui est la transmittance de l'asservissement}$$

On introduit alors deux grandeurs fondamentales :

- la **transmittance en boucle ouverte** $T(p) = \frac{X_r(p)}{E(p)} = H(p).K$

- la **transmittance en boucle fermée** $T'(p) = \frac{T(p)}{1 + T(p)} = \frac{H(p).K}{1 + H(p).K}$

Cette dernière relation est appelée formule de Black.

⇒ si l'organe d'affichage est absent (ce qui est souvent le cas en pratique), la grandeur d'entrée est directement la tension x fournie par un potentiomètre de consigne ou un CNA.

La transmittance en boucle fermée s'écrit alors :

$$T'(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{H(p)}{1 + H(p).K}$$

La formule de Black a dans ce cas une expression un peu différente.

Remarque : les asservissements réels ont souvent des non-linéarités (saturations d'AOP, seuils de démarrage des moteurs ...) qui seront négligés dans ce cours.

3) Stabilité d'un système bouclé :

Un système asservi instable devient un oscillateur, ce qui se traduit par des variations importantes de la sortie et peut amener la dégradation du système (casse mécanique par exemple).

Il est donc important de prévoir à quelles conditions ce système bouclé sera stable. On dispose pour cela de deux outils, l'un mathématique, l'autre graphique :

⇒ **critère algébrique** : un système linéaire est stable si tous ses pôles ont une partie réelle négative.

Pour trouver les pôles du système bouclé, il faudra donc résoudre l'équation :

$$1 + H(p).K = 1 + T(p) = 0 \quad \text{soit} \quad T(p) = -1$$

Ce calcul n'est simple que si $T(p)$ ne dépasse pas le troisième degré, ce critère est donc peu utilisé.

⇒ **critère graphique** : il permet de prévoir la stabilité en boucle fermée à partir du diagramme de Bode ou de Nyquist de la transmittance en boucle ouverte $T(p)$.

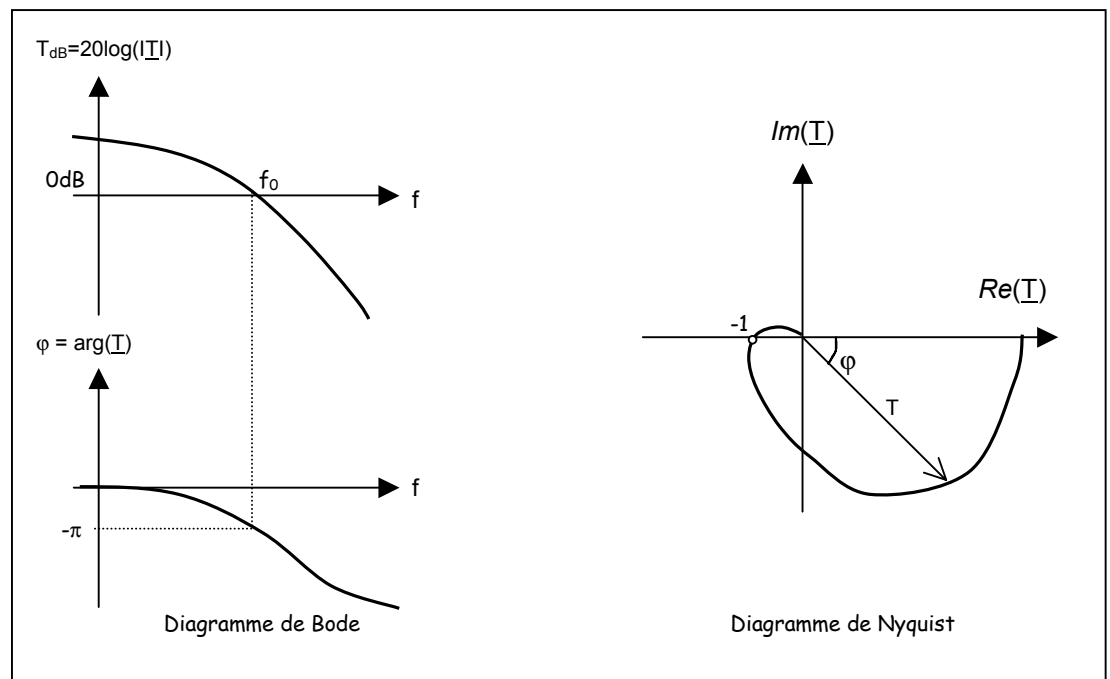
L'étude des oscillateurs nous montre qu'un système bouclé oscille s'il existe une pulsation ω_0 pour laquelle le gain de boucle est égal à 1.

Cette condition devient, si on tient compte du signe (-) introduit par le comparateur :

$$-H(j\omega).K=1 \quad \text{soit} \quad T(j\omega_0)=H(j\omega).K=-1$$

Graphiquement, cela veut dire que le système oscille s'il existe une fréquence pour laquelle on a $|T| = 1$ et $\arg(T) = -\pi$ sur le diagramme de Bode ou de Nyquist de la transmittance en boucle ouverte $T(j\omega)$

Figure 4.
Transmittance en boucle ouverte d'un système qui sera instable en boucle fermée.



La simple observation du diagramme de Bode ou de Nyquist de la transmittance en boucle ouverte $T(j\omega)$ nous permet donc de prévoir la stabilité ou l'instabilité du système en boucle fermée :

- si à la pulsation ω_0 où $\arg(T(j\omega_0)) = -\pi$, le module T est inférieur à 1, l'oscillation ne peut pas démarrer et le système est stable.
- si à la pulsation ω_0 où $\arg(T(j\omega_0)) = -\pi$, le module T est supérieur à 1, l'oscillation démarre et croît. Le système est instable.

Critère de stabilité de Nyquist ou du revers : un système asservi linéaire est stable si, lorsqu'on décrit le lieu de Nyquist de $T(j\omega)$ dans le sens des fréquences croissantes, on laisse le point -1 à gauche.

4) Marge de phase d'un système bouclé :

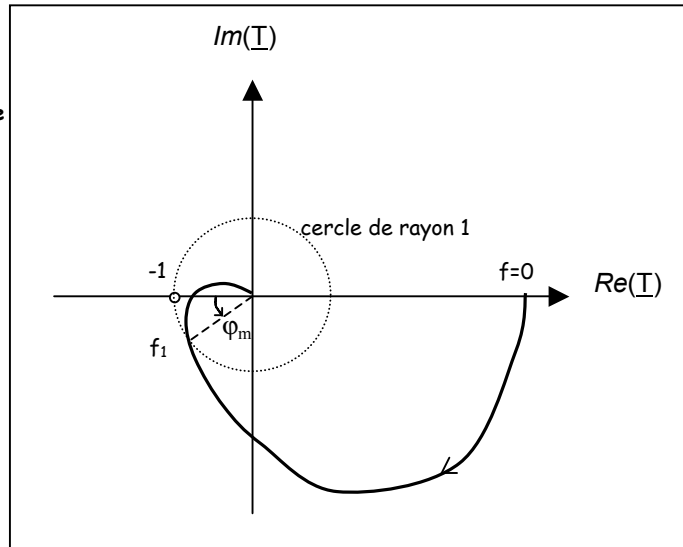
Plus le diagramme de Nyquist passe près du point -1 , moins le système sera amorti et plus il aura tendance à l'instabilité.

On caractérise souvent l'écart entre le lieu de Nyquist et le point -1 par la marge de phase φ_m définie ainsi :

- on cherche la fréquence f_1 pour laquelle le module de la transmittance est égal à 1
- à cette fréquence, l'argument de la transmittance vaut φ
- la marge de phase est : $\varphi_m = 180 + \varphi$
- cette marge de phase peut-être positive ou négative

Cette marge de phase se lit très facilement sur le diagramme de Nyquist d'un système.

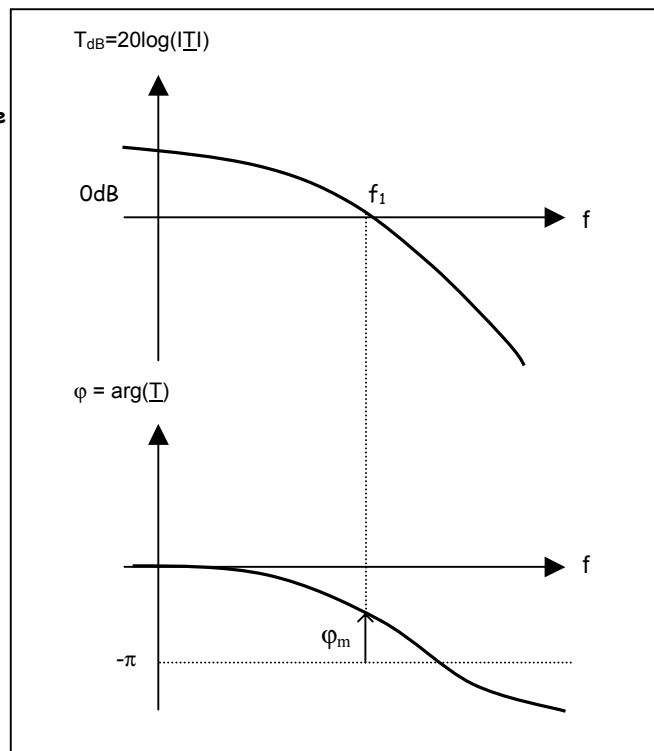
Figure 5.
Mesure de la
marge de phase
sur un diagramme
de Nyquist.



On peut remarquer qu'un système stable a une marge de phase φ_m positive.

Cette marge de phase φ_m se lit aussi très facilement sur le diagramme de Bode du gain en boucle ouverte d'un système.

Figure 6.
Mesure de la
marge de phase
sur un diagramme
de Bode.

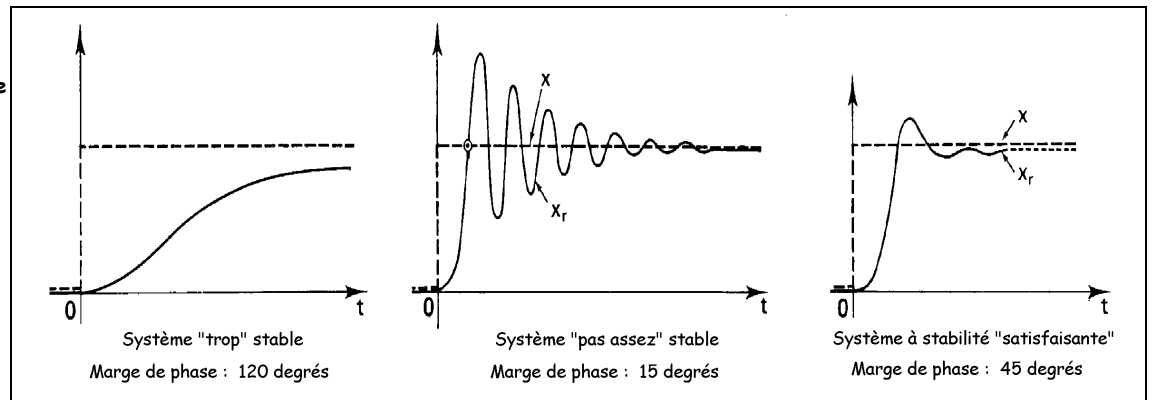


- si $\varphi_m > 0$, l'asservissement est stable
- si $\varphi_m < 0$, l'asservissement est instable

5) Stabilité satisfaisante en boucle fermée :

Dans la pratique, il ne suffit pas qu'un système soit stable, il doit en plus être suffisamment amorti.

Figure 7.
Réponse à un échelon et marge de phase.

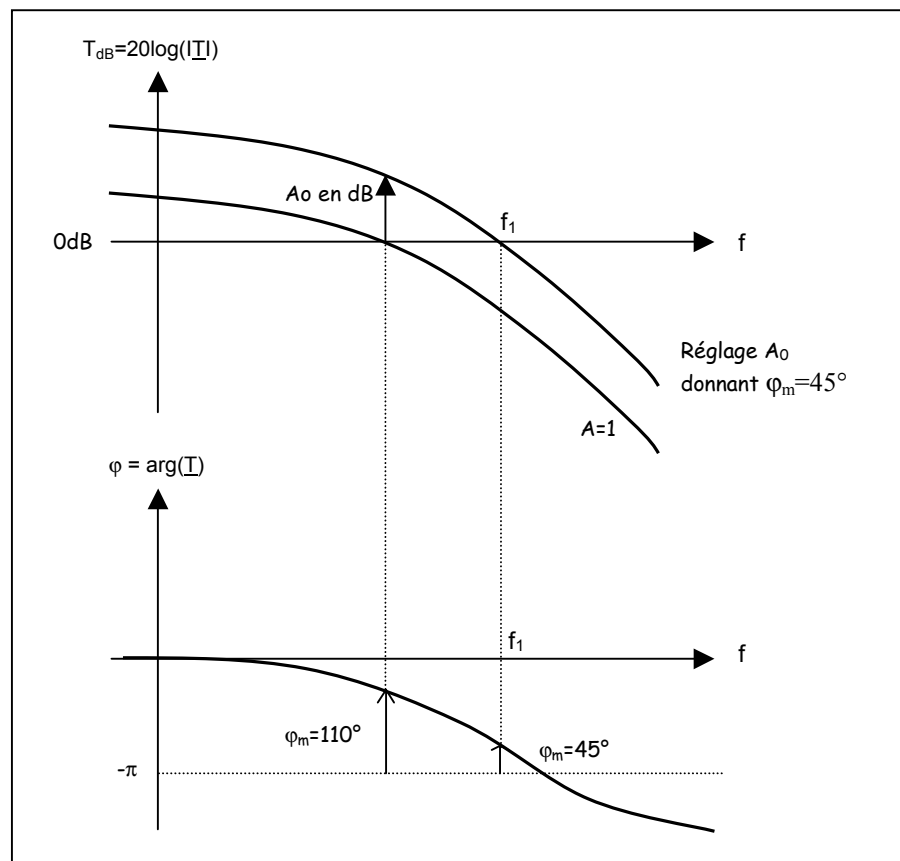


Le réglage de l'amplification dans la chaîne directe a une influence directe sur l'amortissement du système et donc sur la forme de la réponse.

Dans la pratique, un **dépassement de 20%** correspondant à une stabilité « satisfaisante », est obtenue pour une marge de phase de l'ordre de $\varphi_m = 45^\circ$, quel que soit l'ordre du système.

La méthode graphique de réglage de l'amplification est très simple à appliquer sur le diagramme de Bode du système en boucle ouverte :

Figure 8.
Réglage graphique du gain d'un SA.



Les étapes du réglage sont les suivantes :

- faire $A = 1$ et tracer le diagramme de Bode
- la marge de phase φ_m est en général trop grande (système trop lent)
- repérer la fréquence f_1 correspondant à une marge de phase de $\varphi_m = 45^\circ$
- décaler la courbe de gain vers le haut ou vers le bas pour avoir $T = 0 \text{ dB}$ à f_1
- l'amplitude du décalage donne la valeur A_0 en dB du gain cherché

Remarque : si on ne peut tolérer aucun dépassement (table traçante, par exemple) cette valeur de marge de phase de 45° ne convient pas et il faut la régler à une valeur plus importante $60-70^\circ$ par exemple.

6) Précision d'un système bouclé :

La fonction d'un système asservi est de donner une grandeur de sortie $y(t)$ aussi voisine que possible de la consigne $y_e(t)$.

L'organe d'affichage donne une tension $x(t)$ telle que :
et le capteur fournit le signal $x_r(t)$ tel que :

$$x(t) = K \cdot y_e(t)$$

$$x_r(t) = K \cdot y(t)$$

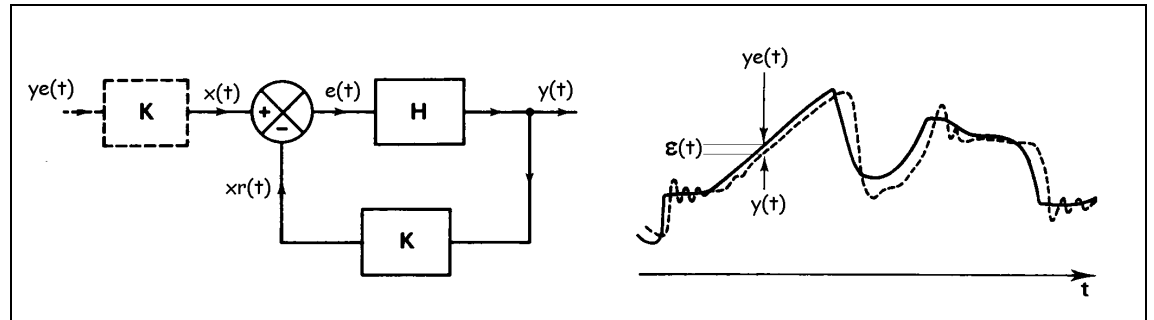
Le signal d'erreur $e(t)$ en sortie du comparateur vaut :

$$e(t) = x(t) - x_r(t)$$

On appelle alors **erreur** la grandeur ε définie par :

$$\varepsilon(t) = y_e(t) - y(t) = e(t)/K$$

Figure 9.
Visualisation de
l'erreur d'un
système bouclé.

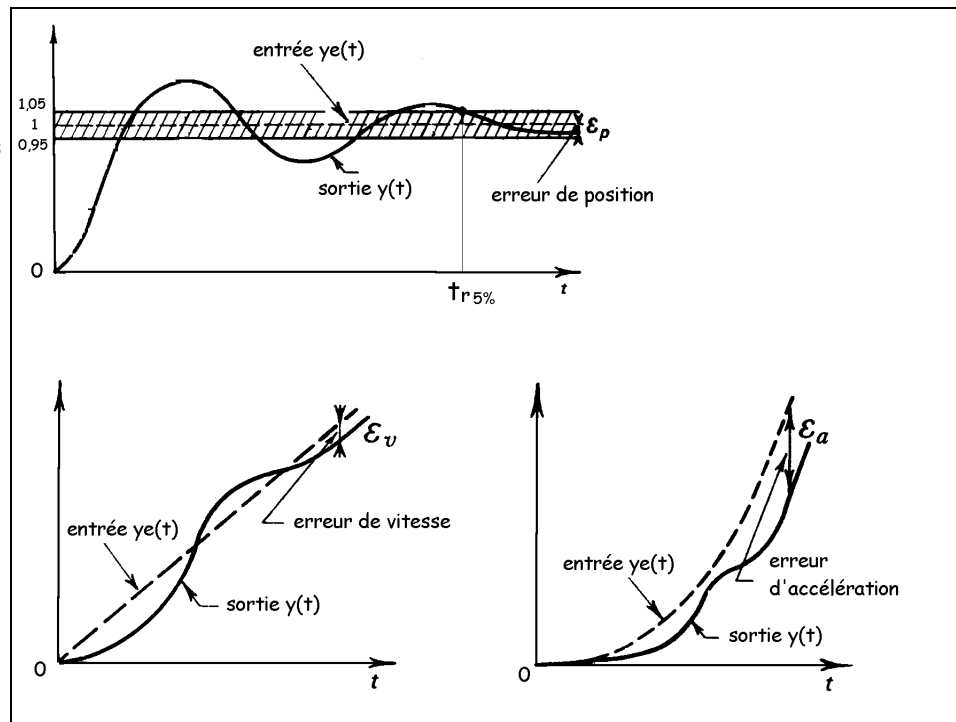


Lorsqu'on parle de précision pour un système asservi, on sous-entend toujours qu'on se place en régime permanent. En effet, durant le régime transitoire, la sortie est toujours assez différente de la consigne. On demande simplement au régime transitoire d'être court.

Ce régime transitoire est étudié pour un signal d'entrée en échelon et est caractérisé par le temps de montée t_m (de 10% à 90%) et surtout par le temps de réponse à 5%.

Pour évaluer les performances d'un système asservi au niveau de la précision, on étudie sa réponse à des signaux de forme standard dont les plus importants sont : l'échelon, la rampe et l'entrée parabolique.

Figure 10.
Les erreurs d'un
asservissement
de position
attaqués par des
signaux
standards



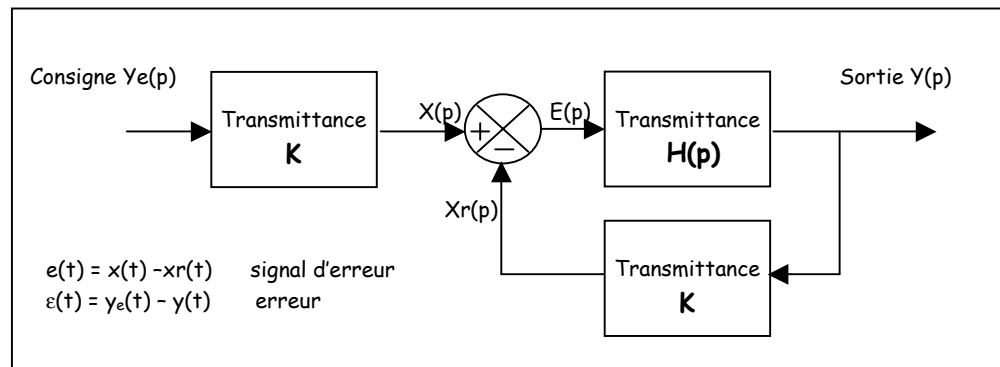
Les erreurs s'appellent traditionnellement :

- pour une entrée échelon, ε_p : erreur de position ou **erreur statique**
- pour une entrée rampe, ε_v : erreur de vitesse ou **erreur de traînage**
- pour une entrée parabolique, ε_a : erreur d'accélération ou **erreur en accélération**

7) Calcul de l'erreur ε pour une entrée donnée :

On considère le système dont le schéma fonctionnel est ci-dessous :

Figure 11.
Erreur et signal
d'erreur dans un
asservissement.



L'erreur en régime permanent est la différence entre la valeur désirée y_e et la valeur effective y :

$$\varepsilon(p) = Y_e(p) - Y(p) = Y_e(p) - Y_e(p) \frac{T(p)}{1+T(p)} = Y_e(p) \frac{1}{1+T(p)}$$

On voit donc que l'erreur d'un système asservi dépend à la fois du type de consigne $y_e(t)$ et de sa transmittance en boucle ouverte $T(p)$.

C'est pour cela qu'on étudie la précision d'un SA pour des entrées de forme simple qui sont :

- l'échelon : $y_e(t) = U$ $Y_e(p) = U/p$
- la rampe : $y_e(t) = at$ $Y_e(p) = a/p^2$
- la parabole : $y_e(t) = at^2$ $Y_e(p) = 2a/p^3$

L'erreur en régime permanent, qui seule nous intéresse, est la valeur de l'erreur lorsque le régime transitoire est terminé, c'est-à-dire au bout d'un temps très long, c'est à dire en faisant tendre $t \rightarrow \infty$.

On l'obtient grâce au théorème de la valeur finale :

$$\text{erreur } \varepsilon = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot Y_e(p) \frac{1}{1+T(p)}$$

La transmittance $T(p)$ intervient donc par son équivalent lorsque $p \rightarrow 0$, soit :

$$\lim_{p \rightarrow 0} T(p) \approx \frac{T_0}{p^\alpha} \quad \text{l'entier } \alpha \text{ s'appelle la classe du système}$$

Exemples :

▪ si $T(p) = \frac{10}{p+2}$ alors $T(p) \approx \frac{10}{2} = 5$ classe : $\alpha = 0$

▪ si $T(p) = \frac{8}{p^2(p+4)}$ alors $T(p) \approx \frac{8}{4p^2} = \frac{2}{p^2}$ classe : $\alpha = 2$

Remarques :

- la classe est égale au nombre d'intégrations dans la transmittance en boucle ouverte
- la classe correspond à la pente de la courbe de gain aux basses-fréquences (un système de classe 0 démarre à l'horizontale, un système de classe 1 avec une pente de -20dB/dec ...)

8) Influence de la classe d'un système sur la précision :

Dans la pratique, on dépasse rarement la classe 2 puisque chaque intégration introduit une rotation de phase supplémentaire de 90 degrés, ce qui diminue d'autant la marge de phase !

Intéressons-nous au système le plus simple, le système de classe $\alpha = 0$, dont la transmittance ne contient aucune intégration, mais une ou plusieurs constantes de temps :

$$T(p) = \frac{T_0}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) \dots} \quad \text{dont l'équivalent est} \quad \lim_{p \rightarrow 0} T(p) = T_0$$

- l'erreur statique pour une entrée en échelon $y_e(t) = U$ s'écrit :

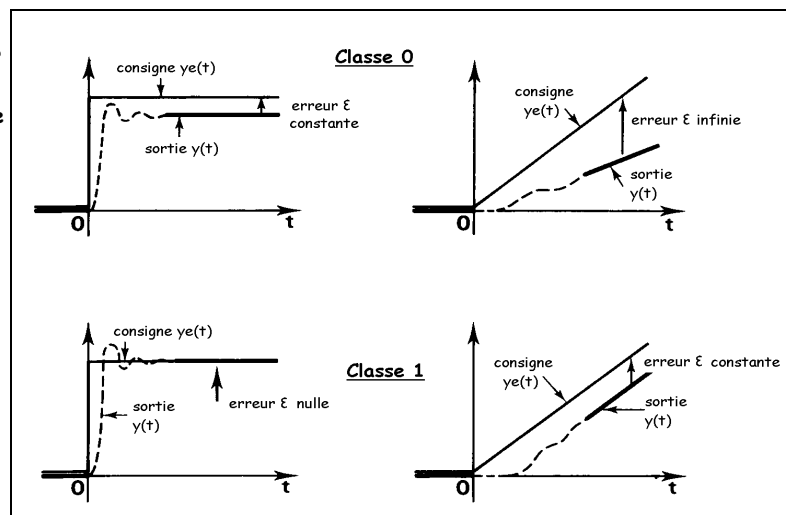
$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{U}{p} \frac{1}{1 + T(p)} = \frac{U}{1 + T_0} \quad \text{l'erreur statique n'est pas nulle}$$

Par contre, elle peut toujours être diminuée en augmentant l'amplification de la chaîne directe, dans des limites compatibles avec une stabilité correcte.

- l'erreur de traînage pour une entrée en rampe : $y_d(t) = at$ s'écrit :

$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{a}{p^2} \frac{1}{1 + T(p)} = \infty \quad \text{le système de classe 0 est incapable de suivre une rampe}$$

Figure 12. Allure de l'erreur pour un système de classe 0 et de classe 1.



On calcule facilement les erreurs suivant le type d'entrée et la classe. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous :

classe	0	1	2	3
échelon	$\frac{U}{1 + T_0}$	0	0	0
rampe	∞	$\frac{a}{T_0}$	0	0
parabole	∞	∞	$\frac{2a}{T_0}$	0

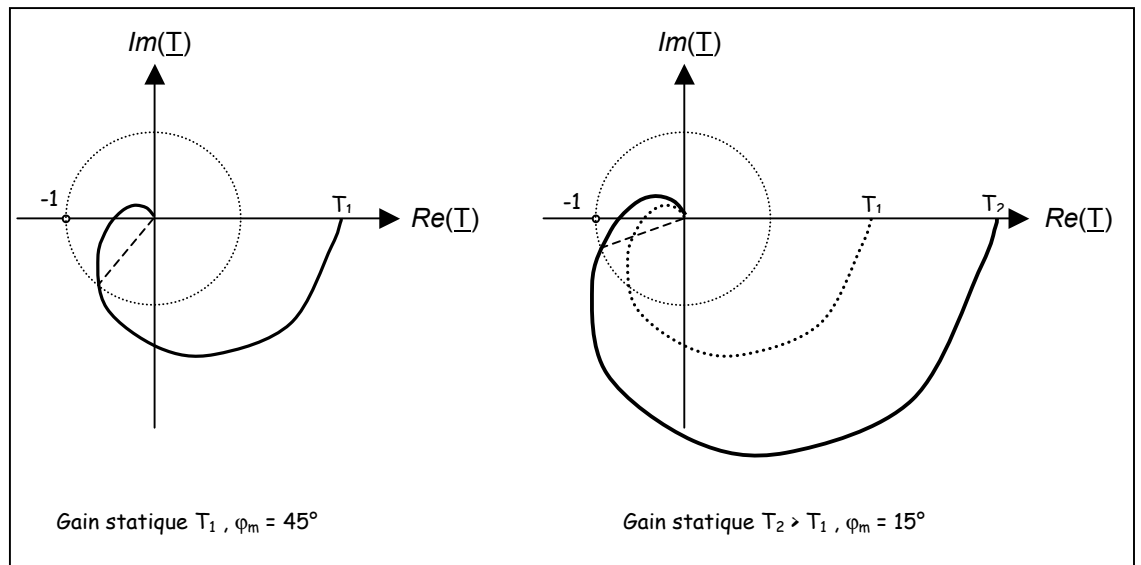
Pour une bonne précision, il faut donc avoir la classe la plus élevée possible. Malheureusement, l'augmentation de la classe dégrade la marge de phase et rend le système instable.

Dans la pratique, en présence d'un système de classe 0 on rajoute généralement un intégrateur après le comparateur pour améliorer la précision

9) Principes généraux de correction :

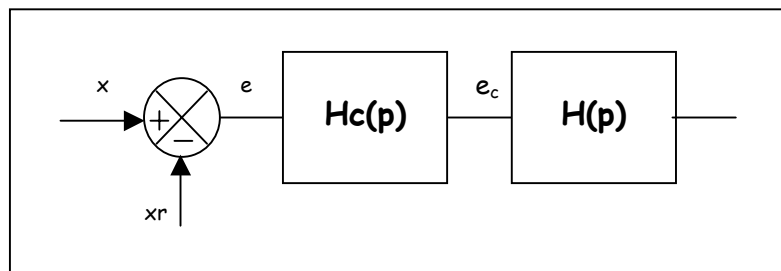
Pour une bonne précision en régime permanent, on a intérêt à avoir un gain le plus élevé possible dans la chaîne directe, ce qui va diminuer la stabilité du système.

Figure 13. L'augmentation de gain améliore la précision mais dégrade la stabilité.



On peut arranger la situation par un filtre correcteur $H_c(p)$ placé après le comparateur qui permet de concilier les exigences de stabilité et de précision en déformant le lieu de Nyquist.

Figure 14. Place du correcteur dans l'asservissement.



On utilise deux types de correcteurs :

- ceux qui augmentent la précision en augmentant le gain aux basses-fréquences (correcteur proportionnel-intégral, à retard de phase)
- ceux qui améliorent la stabilité en rattrapant une marge de phase insuffisante (proportionnel-dérivé, à avance de phase)

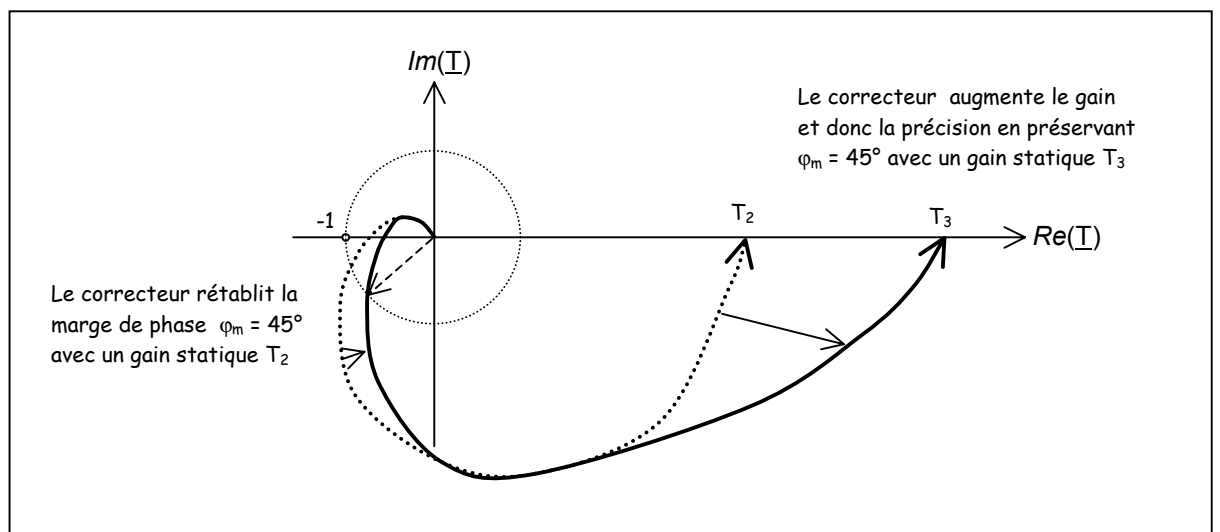


Figure 15. Utilisation de correcteurs pour améliorer la précision en maintenant la marge de phase à 45° .

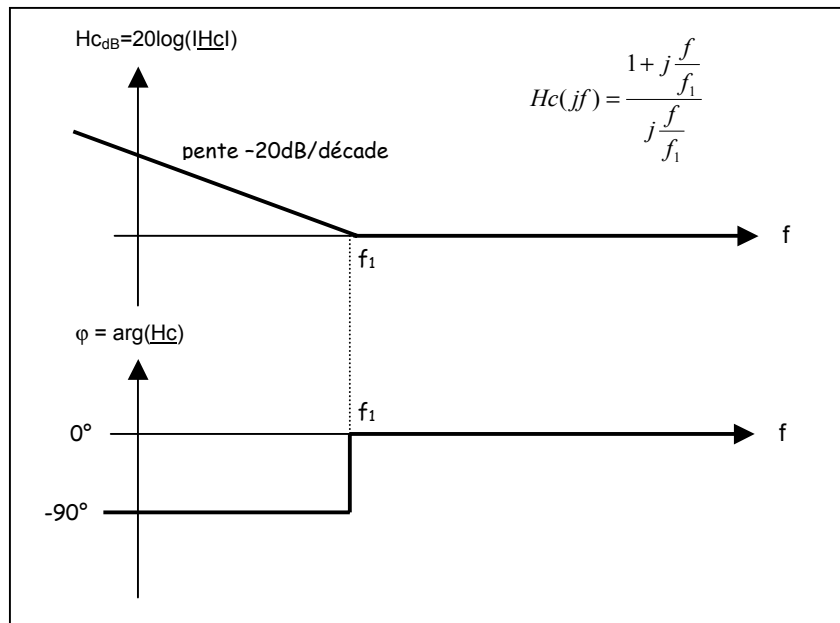
La réunion des deux correcteurs donne le correcteur PID très utilisé dans les régulations industrielles.

10) Correcteurs améliorant la précision :

On règle le gain du système pour avoir une stabilité satisfaisante, le correcteur augmente la précision de l'asservissement en augmentant la classe du système sans dégrader sa marge de phase.

Le diagramme de Bode du correcteur doit faire apparaître une **intégration aux basses fréquences** et un **déphasage nul aux fréquences plus élevées** où sera définie la marge de phase :

Figure 16.
Diagramme de Bode du correcteur PI.



Sa transmittance de Laplace s'écrit : $Hc(p) = \frac{1 + \tau p}{\tau p} = 1 + \frac{1}{\tau p}$ avec $\tau = \frac{1}{2\pi f_1}$

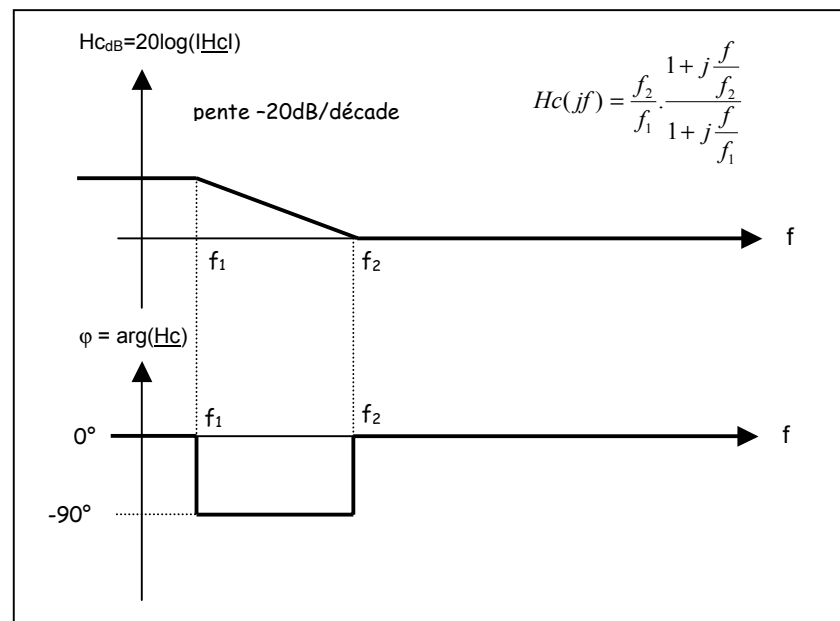
et le signal d'erreur corrigé a pour expression :

$$Ec(p) = Hc(p).E(p) = E(p) + \frac{E(p)}{\tau p} \quad \text{soit} \quad e_c(t) = e(t) + \frac{1}{\tau} \int e(t) dt$$

C'est la raison pour laquelle ce correcteur s'appelle **correcteur proportionnel-intégral ou PI**.

Si on veut simplement diminuer l'erreur sans changer de classe, il suffit de limiter l'augmentation de gain aux très basses fréquences, ce qui donne le **correcteur à retard de phase** usuel.

Figure 17.
Diagramme de Bode du correcteur à retard de phase.

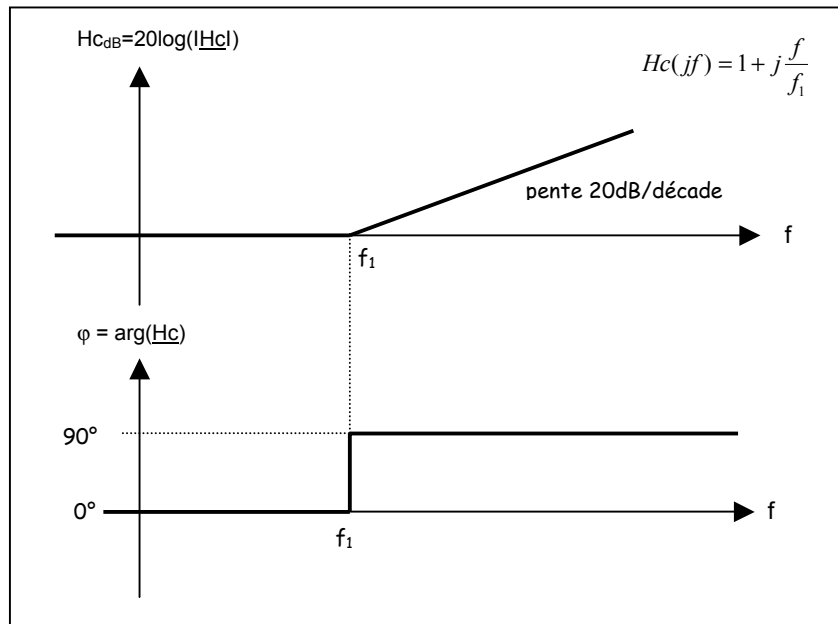


11) Correcteurs améliorant la stabilité :

Lorsqu'on règle le gain statique du système pour avoir une précision satisfaisante, le système n'est en général plus suffisamment stable et le rôle du correcteur est de rétablir une marge de phase correcte .

Le correcteur proportionnel-dérivé doit donc agir sur la courbe de Nyquist aux fréquences où celle-ci passe au voisinage du point critique (-1).

Figure 18.
Diagramme de Bode du correcteur proportionnel-dérivé.



Sa transmittance de Laplace s'écrit : $H_c(p) = 1 + \tau p$ avec $\tau = \frac{1}{2\pi f_1}$

et le signal d'erreur corrigé a pour expression :

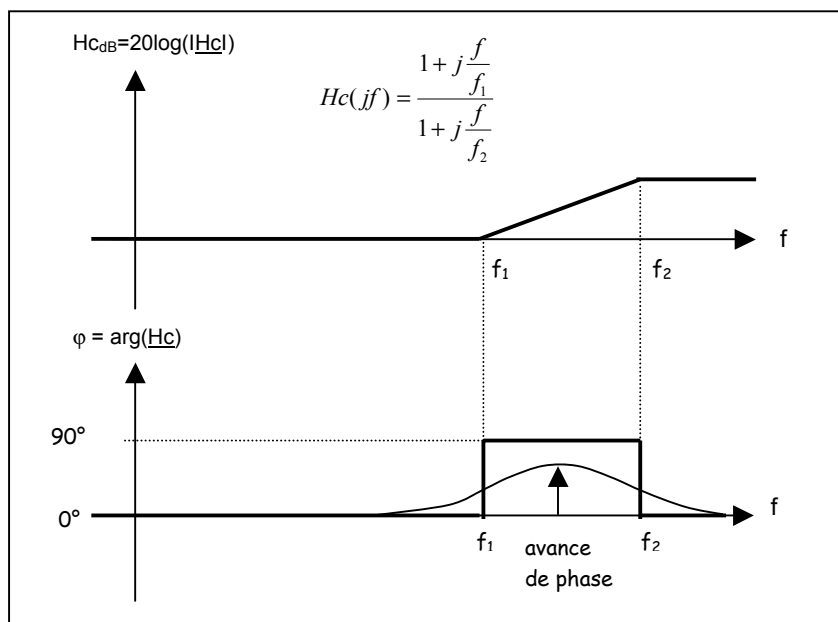
$$E_c(p) = H_c(p).E(p) = E(p) + \tau p E(p) \quad \text{soit} \quad e_c(t) = e(t) + \tau \frac{de(t)}{dt}$$

C'est la raison pour laquelle ce correcteur s'appelle **correcteur proportionnel-dérivé ou PD**.

Un correcteur PD présente un gain élevé aux fréquences hautes, ce qui est gênant parce que, dans cette bande de fréquences, on a surtout du bruit électrique et pas de signal utile.

En pratique, on limite le gain aux fréquences hautes, ce qui donne le correcteur à avance de phase usuel.

Figure 19.
Le correcteur à avance de phase et sa courbe de phase.



On peut ainsi remonter la marge de phase d'une cinquantaine de degrés, ce qui permet quand même de passer d'un système à la limite de l'instabilité à un système corrigé ayant un degré de stabilité correct !

Exercices d'application



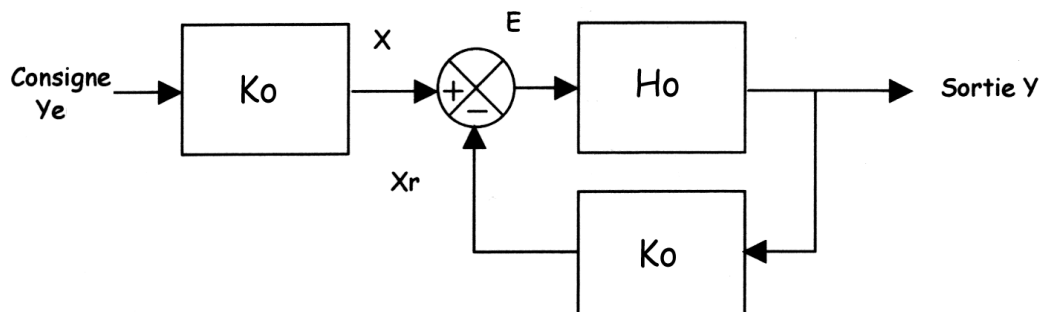
jean-philippe muller

ASS1- Système asservi en régime continu



Comprendre le fonctionnement d'un système asservi

Un système asservi peut être représenté en régime statique par le schéma fonctionnel suivant :



On donne les transmittances de la chaîne directe $H_0 = 1800$ et de la chaîne de retour $K_0 = 0,1$.

1) Donner l'expression littérale et la valeur numérique de la transmittance de boucle $T = X_r / E$.

2) Donner l'expression littérale et la valeur numérique de la transmittance en boucle fermée $T' = Y / Y_e$.

3) Pour une consigne $Y_e = 10$, donner les expressions littérales puis calculer les valeurs de X , X_r , E et Y .

4) Donner l'expression littérale puis calculer l'erreur absolue $\varepsilon = Y - Y_e$ de cet asservissement et son erreur relative e_r à une entrée constante.

5) Si on fait passer la transmittance de la chaîne directe à $H_0 = 3600$, que deviennent les erreurs absolues et relatives ? Comment faut-il choisir la valeur de H_0 pour avoir une erreur la plus faible possible ?

ASS2- Le principe de la régulation de vitesse



Comprendre le fonctionnement d'un système asservi

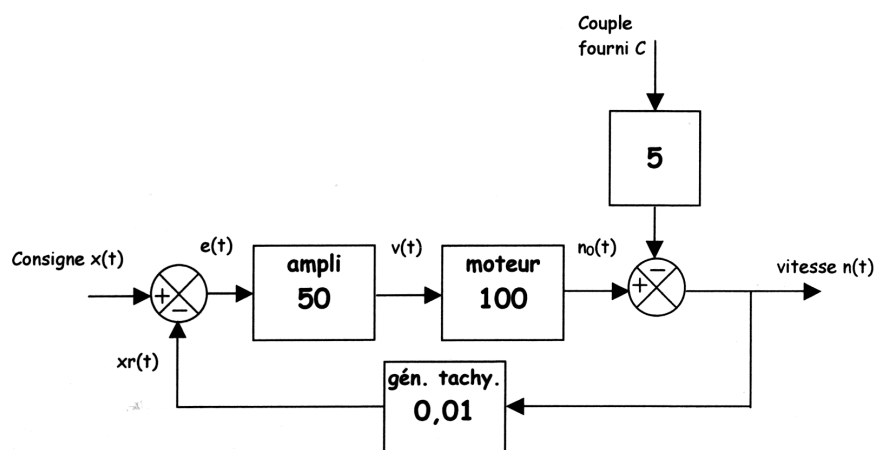
La vitesse de rotation n (en trs/mn) d'un moteur est liée à sa tension d'alimentation v et au couple C (en Nm) qu'il fournit par la relation :

$$n = 100.v - 5.C$$

Le moteur est dit « à vide » s'il ne fournit aucun couple, et « en charge » lorsqu'il fournit un couple de $C = 10$ Nm.

1) Pour une tension d'alimentation de $v = 10V$, calculer la vitesse de rotation à vide n_0 et en charge n_1 . En déduire la variation relative de vitesse due à la charge.

Pour améliorer le comportement de ce moteur vis-à-vis de la charge, on asservit sa vitesse à l'aide d'une génératrice tachymétrique selon le schéma fonctionnel suivant :



2) Retrouver sur ce schéma fonctionnel les blocs qui traduisent l'équation précédente décrivant le moteur.

3) Le moteur n'est pas chargé ($C = 0$). Etablir la relation entre n et x et en déduire la valeur de la consigne x_0 qui donne une vitesse de rotation de $n_0 = 1000$ trs/mn.

4) Etablir la relation entre la sortie n , la consigne x et le couple fourni C .

5) Pour la valeur de consigne x_0 calculée précédemment, calculer la nouvelle valeur n_2 de la vitesse en charge et en déduire la nouvelle variation relative de vitesse.

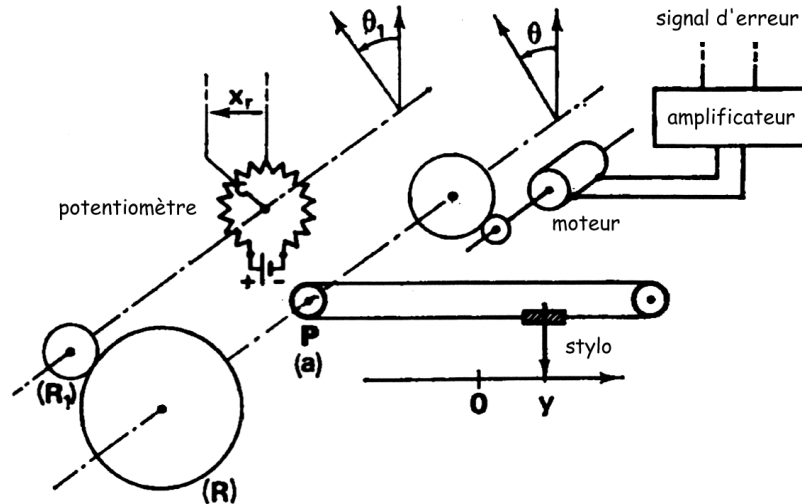
6) Conclure quant à l'efficacité de la solution mise en œuvre. Comment pourrait-on encore améliorer la régulation de vitesse ?

ASS3- Modélisation d'un asservissement de position



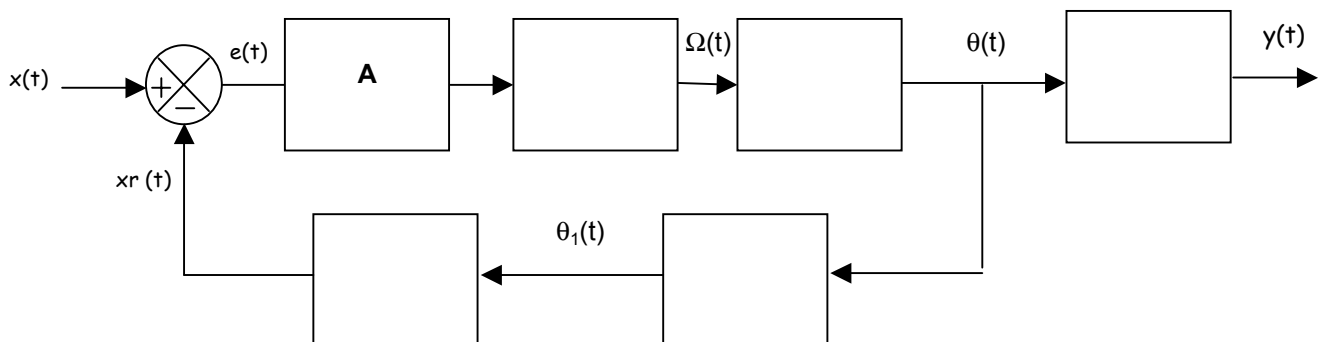
Comprendre le fonctionnement d'un système asservi

La position y (en mm) du stylo d'un enregistreur est asservie à la tension x à enregistrer au moyen du dispositif suivant :



- le moteur muni de son réducteur entraîne une poulie P de rayon $a = 10$ mm
- la rotation de la poulie P entraîne une courroie qui déplace le stylo
- le capteur de position est un potentiomètre 360° alimenté en 30V
- le potentiomètre est entraîné par 2 poulies dont le rapport des rayons vaut $R/R_1 = 0,628$
- le moteur a une transmittance statique de 10 et une constante de temps de 0,2 s

1) Compléter le schéma fonctionnel du système.



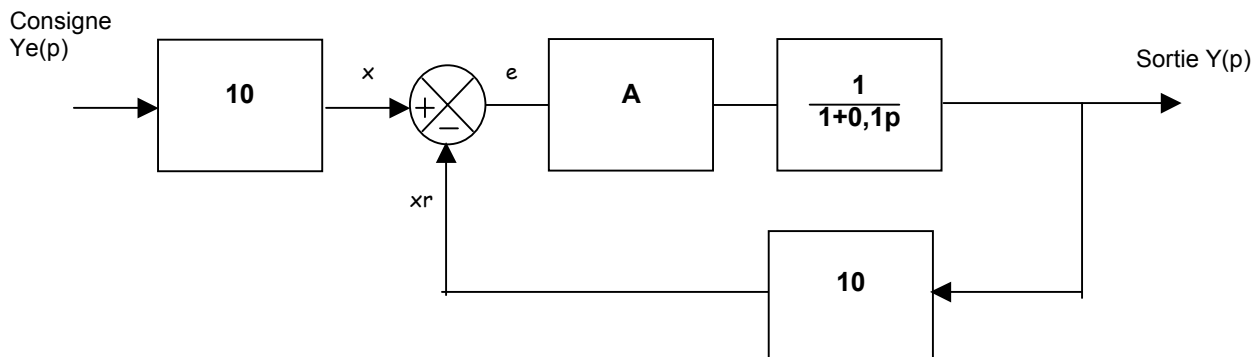
2) Exprimer la transmittance en boucle fermée $T'(p)$ du système et en déduire la valeur de l'excursion de y si la tension d'entrée x varie entre $-15V$ et $+15V$.

3) Si on veut avoir un régime transitoire correspondant à un amortissement $m = 1$ à quelle valeur faut-il régler A ?

ASS4- Réponse d'un système asservi du 1^{er} ordre

Prévoir le comportement en boucle fermée d'un système asservi

On étudie le système bouclé suivant, dans lequel A est un coefficient d'amplification réglable :

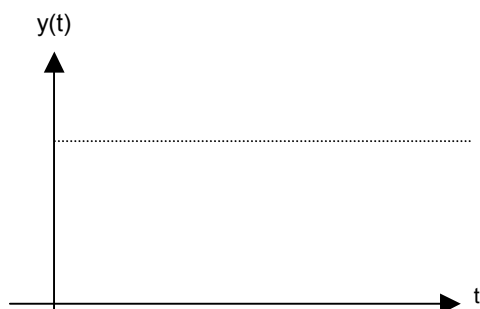


- 1) Donner en fonction de A l'expression de sa transmittance en boucle ouverte $T(p) = Xr(p)/E(p)$

- 2) Calculer ensuite la transmittance en boucle fermée $T'(p) = Y(p)/Ye(p)$ en fonction de l'amplification A

- 3) On règle l'amplification à $A_0 = 50$. Calculer alors la valeur de la transmittance statique du système bouclé. Quelle est la valeur de la sortie pour une entrée $Ye = 2$? Quelle est l'erreur sur la sortie pour cette entrée ? Exprimer cette erreur en %.

- 4) Tracer pour cette valeur d'amplification A_0 la réponse du système bouclé à un échelon unitaire en précisant bien la valeur et la position du temps de réponse à 5% du système.



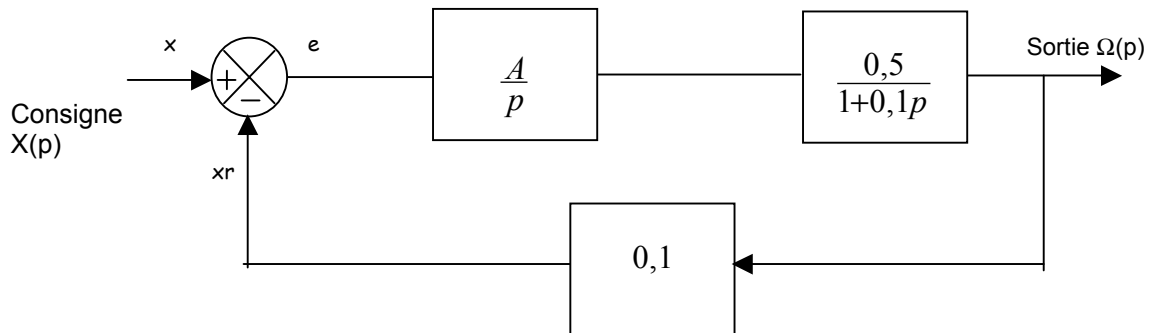
ASS5- Réglage d'un asservissement par l'amortissement



Comprendre comment on détermine le comportement d'un système asservi en réglant l'amortissement

Un asservissement de vitesse utilise un moteur à courant continu, un amplificateur de puissance d'amplification réglable A , un correcteur constitué d'un intégrateur et une génératrice tachymétrique en retour.

Le schéma fonctionnel est le suivant :



1) Etablir l'expression de la transmittance en boucle fermée $T'(p)$ de l'asservissement de vitesse en fonction de A .

2) Calculer la valeur A_1 de l'amplification A qui donne au système bouclé une réponse indicielle présentant un dépassement de 20%. Donner alors l'expression numérique de $T'(p)$.

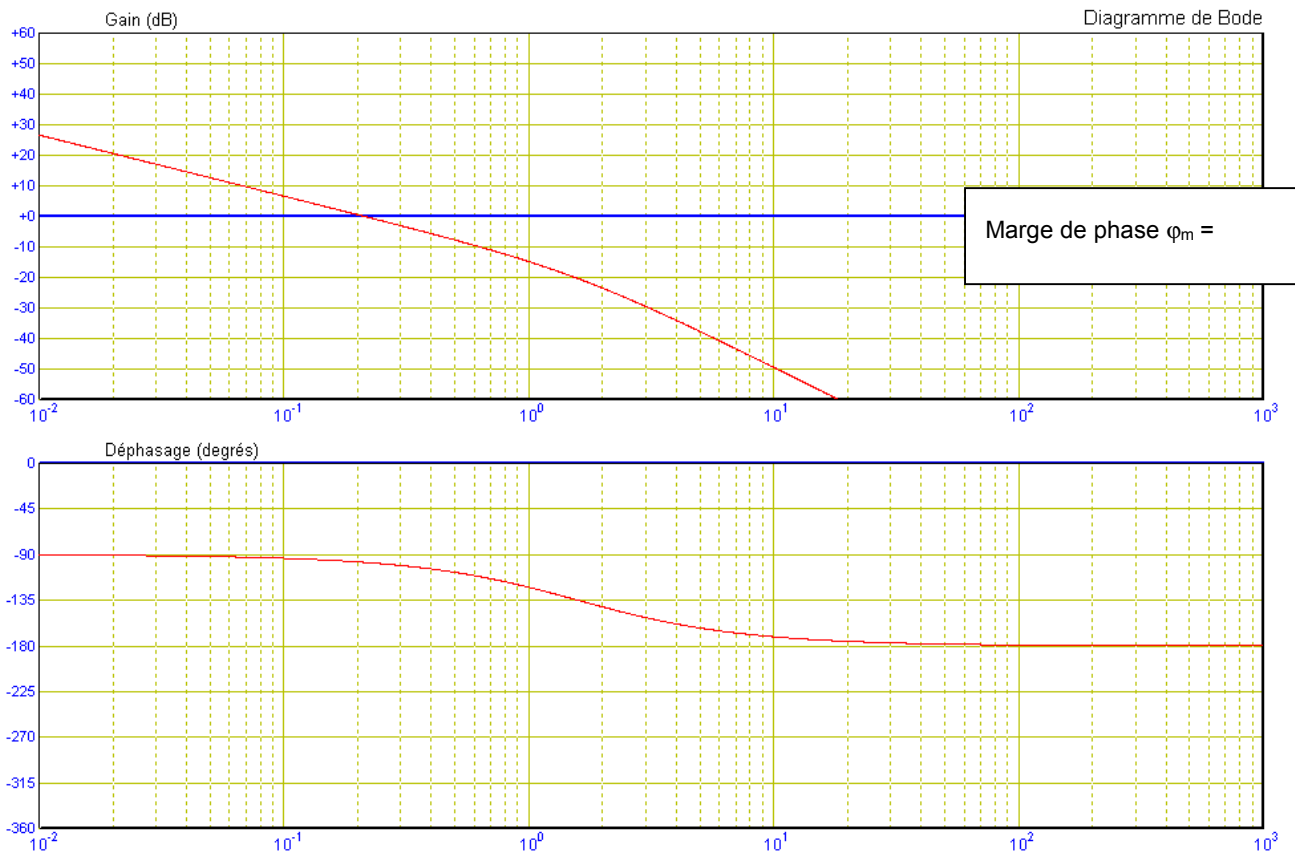
3) Pour 3 valeurs de l'amplification $A = 27, 270$ et 2700 , on a tracé les diagramme de Bode de la transmittance en boucle ouverte $\underline{T}(j\omega)$ et la réponse indicielle. Mesurer sur ces courbes la marge de phase, le dépassement et le temps de réponse.

	marge de phase	dépassement	$t_{r5\%}$
$A = 27$	°	%	s
$A = 270$	°	%	s
$A = 2700$	°	%	s

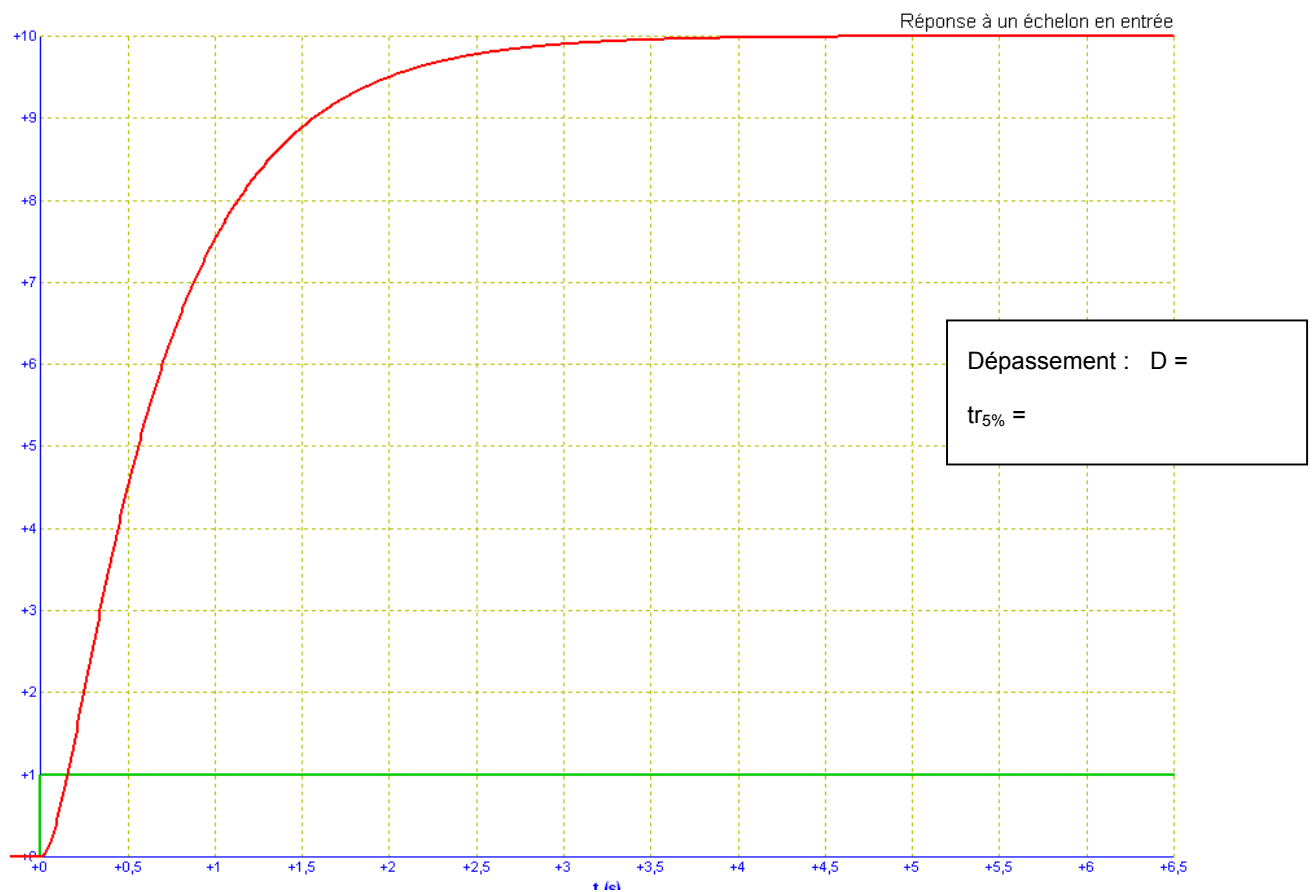
Quelle valeur de marge de phase φ_m correspond à un réglage en général satisfaisant ($m=0,43$ / $d \approx 20\%$) ?

ASS5- Annexes :

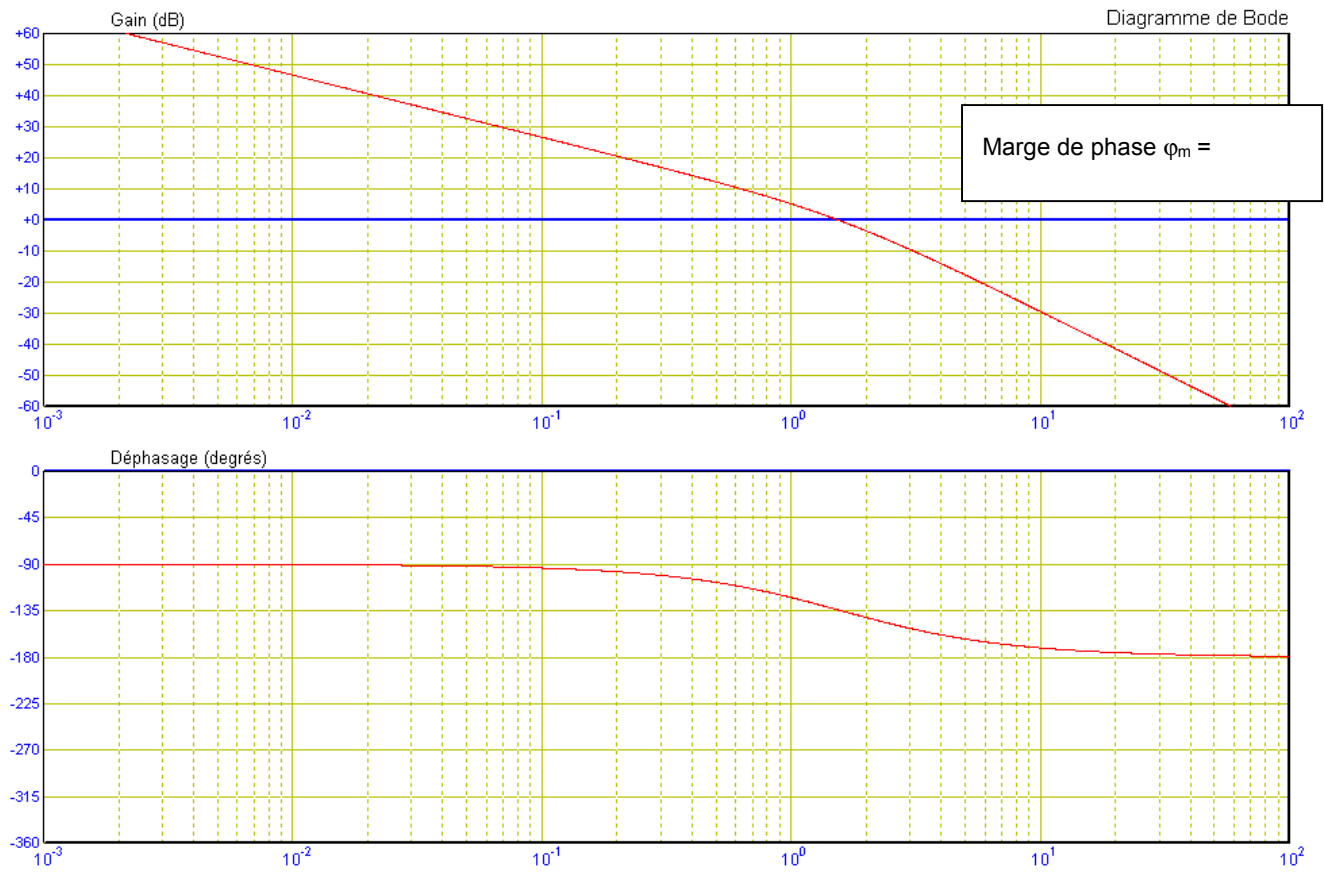
Transmittance en boucle ouverte T(p) avec A = 27



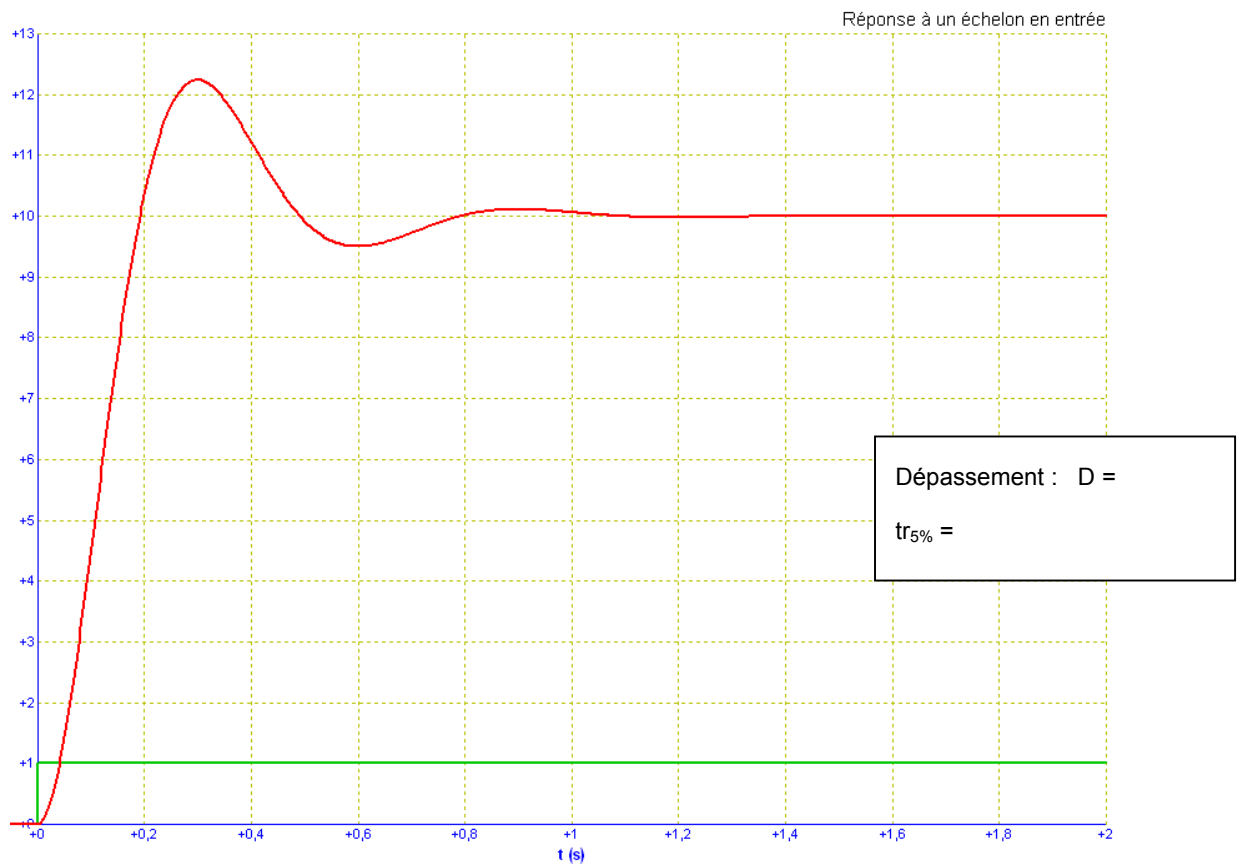
Réponse indicielle du système en boucle fermée avec A = 27



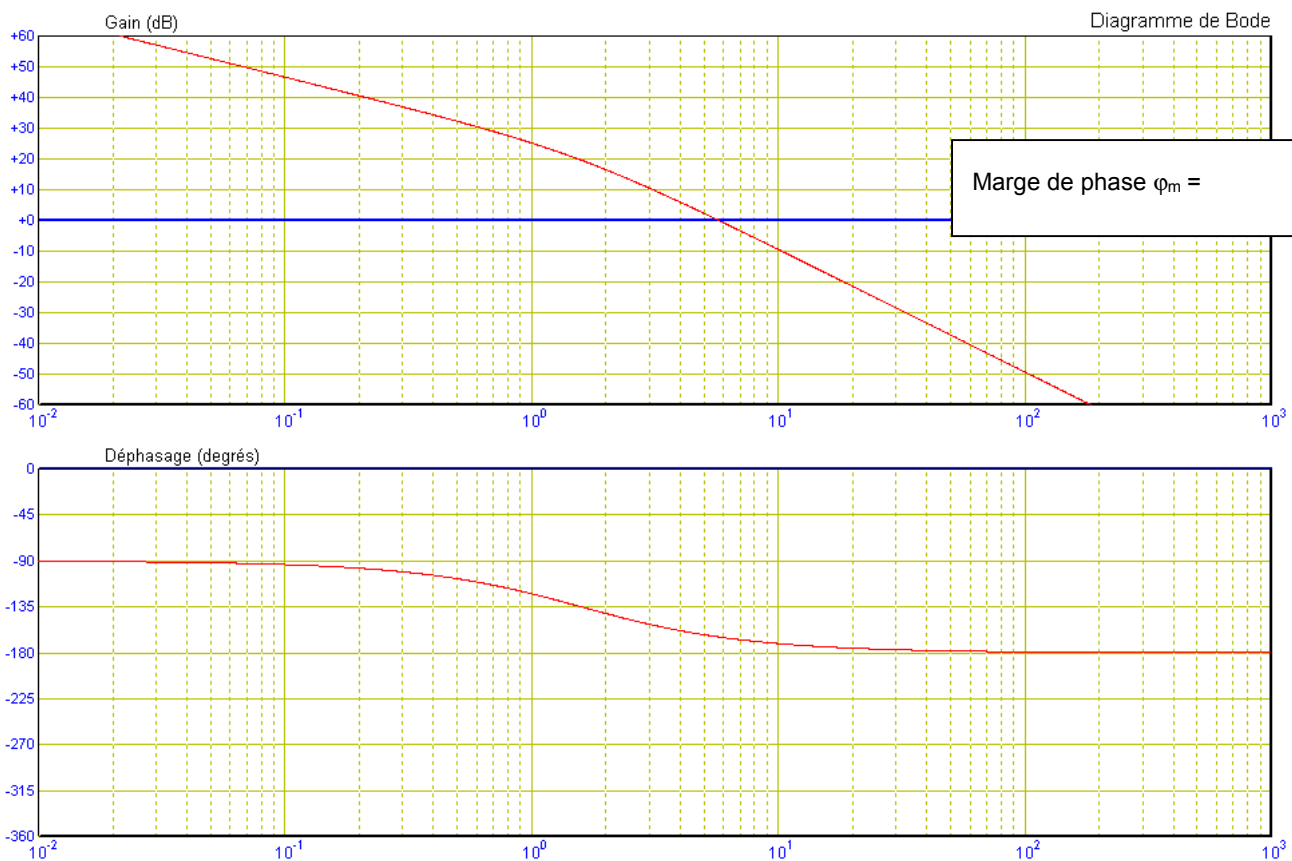
Transmittance en boucle ouverte $T(p)$ avec $A = 270$



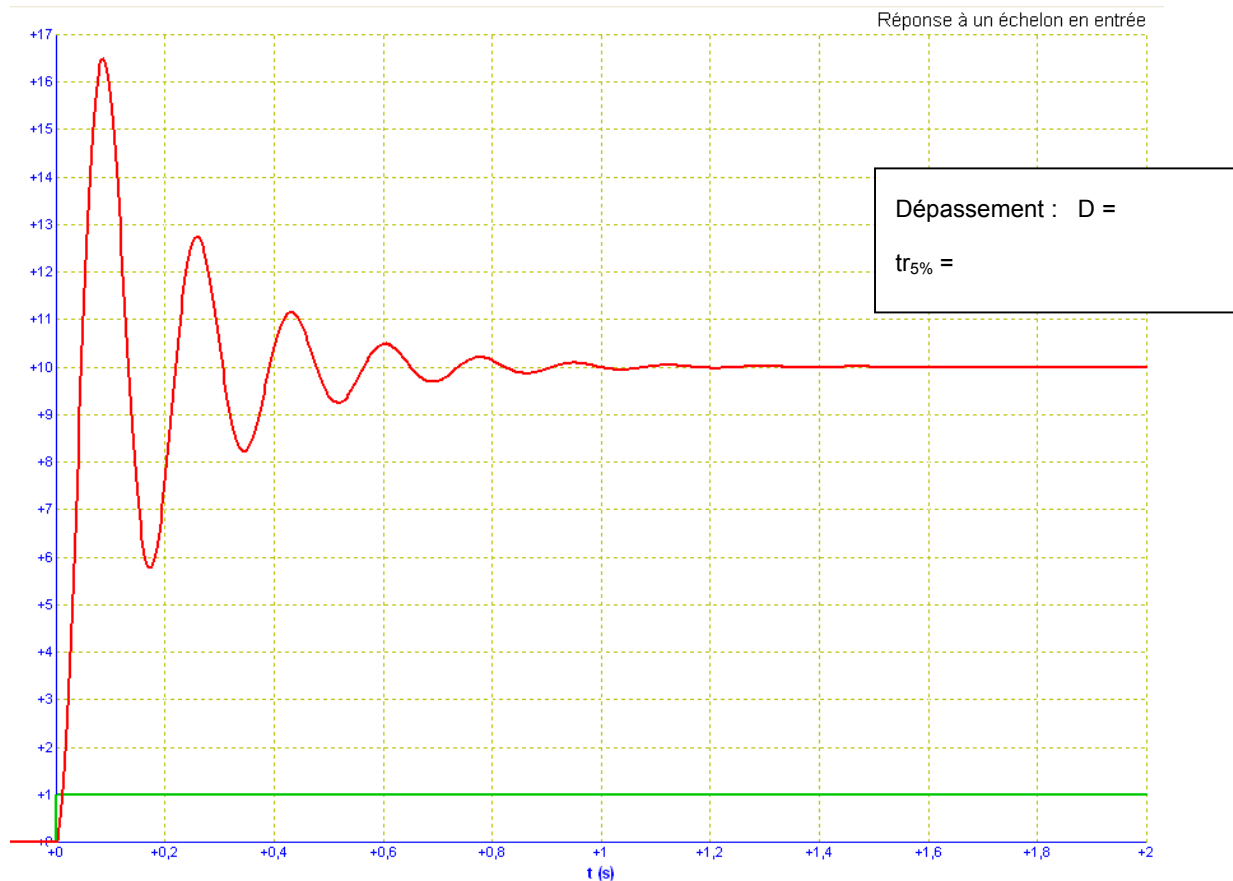
Réponse indicielle du système en boucle fermée avec $A = 270$



Transmittance en boucle ouverte $T(p)$ avec $A = 2700$



Réponse indicielle du système en boucle fermée avec $A = 2700$

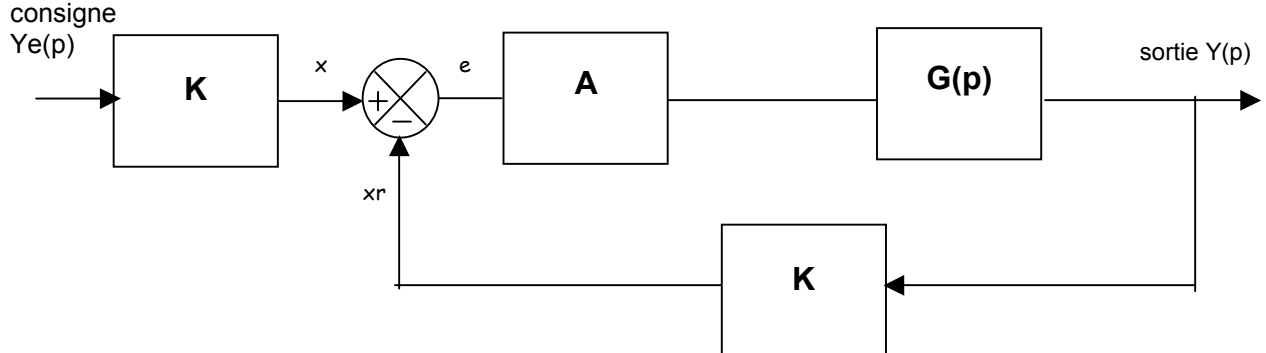


ASS6- Réglage d'un asservissement par la marge de phase



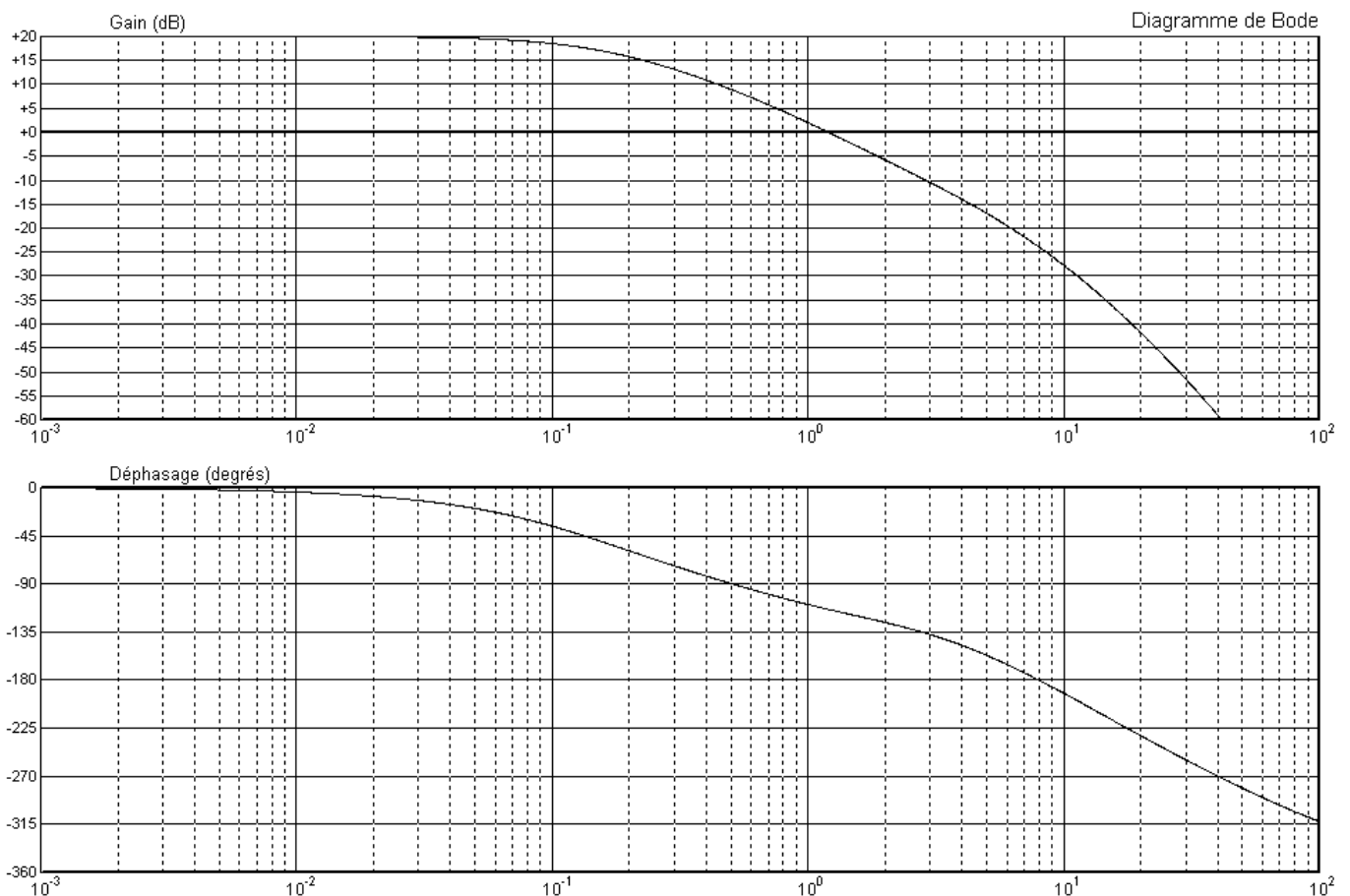
Comprendre comment on peut régler le gain d'un asservissement par une méthode graphique

Un système asservi est modélisé par le schéma fonctionnel suivant :



Pour $A = 1$, on a tracé le diagramme de Bode du système en boucle ouverte $T(p) = A.G(p).K = G(p).K$

- 1) Mesurer sa marge de phase du système.
- 2) Déterminer la valeur A_1 qui donne au système une marge de phase de 45 degrés.
- 3) Quelle est la valeur A_2 qui amène le système à la limite de l'instabilité ?



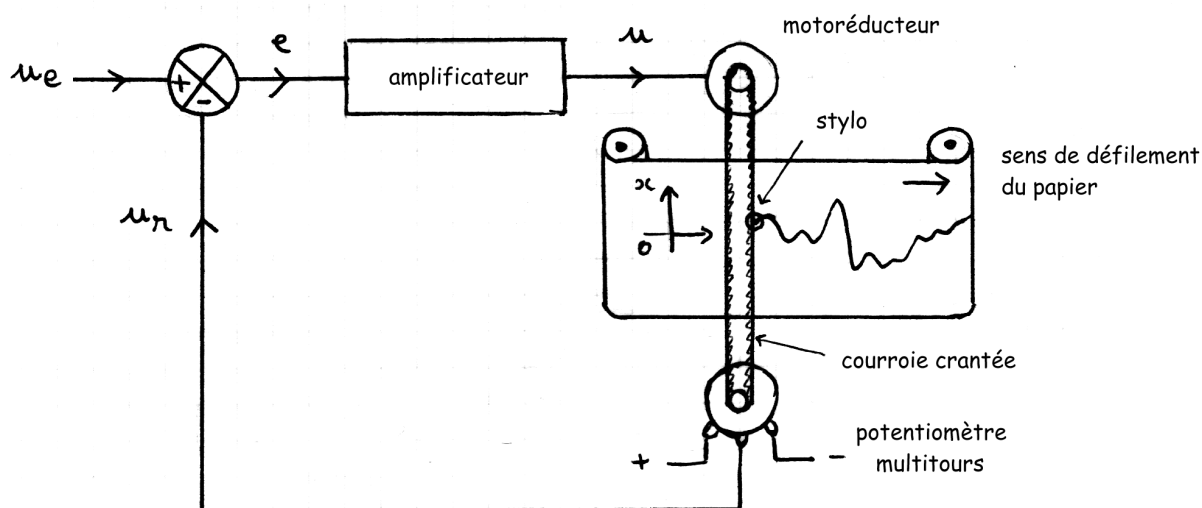
ASS7- Etude d'un enregistreur graphique



Prévoir le comportement en boucle fermée d'un système asservi

Le système étudié est un enregistreur graphique analogique qui asservit la position d'un stylo à la tension à enregistrer $u_e(t)$.

On note $x(t)$ la position du stylo qui sera exprimée en centimètres dans toute l'étude, et A l'amplification.



Le motoréducteur est un moteur à courant continu ayant les caractéristiques nominales suivantes :

$$U_n = 25 \text{ V} \quad I_n = 1 \text{ A} \quad \text{vitesse de rotation } n_n = 1000 \text{ trs/mn} \quad \text{inertie du rotor : } J = 10^{-4} \text{ kg.m}^2$$

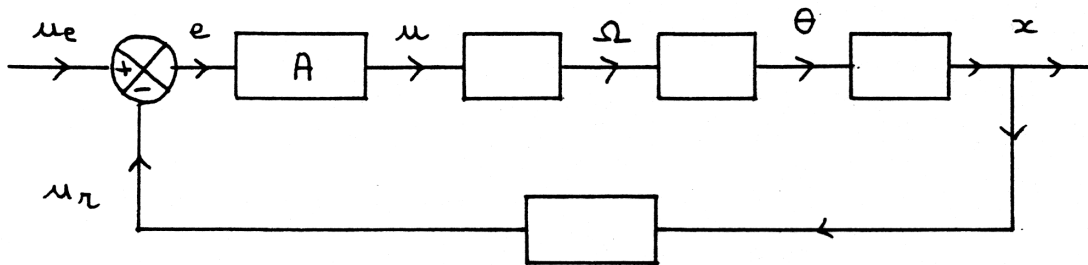
1) Sachant que la résistance de l'induit vaut $r = 5 \Omega$, calculer la constante K du moteur à partir des valeurs nominales.

2) Ecrire les équations différentielles décrivant le fonctionnement dynamique du moteur et en déduire que sa transmittance peut se mettre sous la forme :

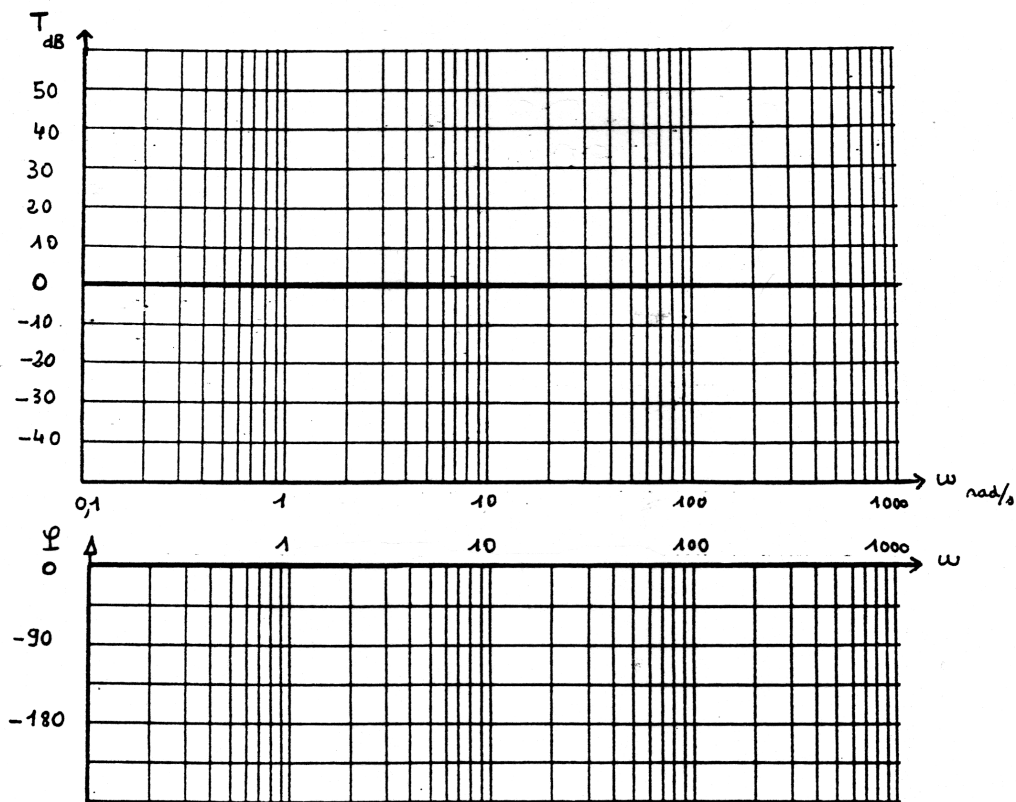
$$H_m(p) = \frac{H_0}{1 + \tau_m p} \quad \text{en précisant les valeurs numériques de } H_0 \text{ et de } \tau_m$$

3) Les poulies du moteur et du potentiomètre sont identiques. Si elles tournent de 1 tour, le stylo se déplace de 1 cm et la tension u_r varie de 2V.

Compléter le schéma fonctionnel du système et montrer que : $T(p) = \frac{U_r(p)}{E(p)} = \frac{1,67 \cdot A}{p(1+0,0137p)}$



4) Pour $A = 1$, tracer le diagramme de Bode de la transmittance en boucle ouverte. En déduire graphiquement la valeur de la marge de phase du système. Cette valeur d'amplification est-elle satisfaisante ?



5) Déterminer graphiquement la valeur A_0 de A qui donne au système une marge de phase de 45° . La réponse à un échelon est-elle satisfaisante ?

6) On réduit l'amplification à la nouvelle valeur $A_1 = 22$. Calculer pour cette valeur la transmittance en boucle fermée et en déduire les propriétés du régime transitoire (dépassements éventuels, temps de réponse à 5%).

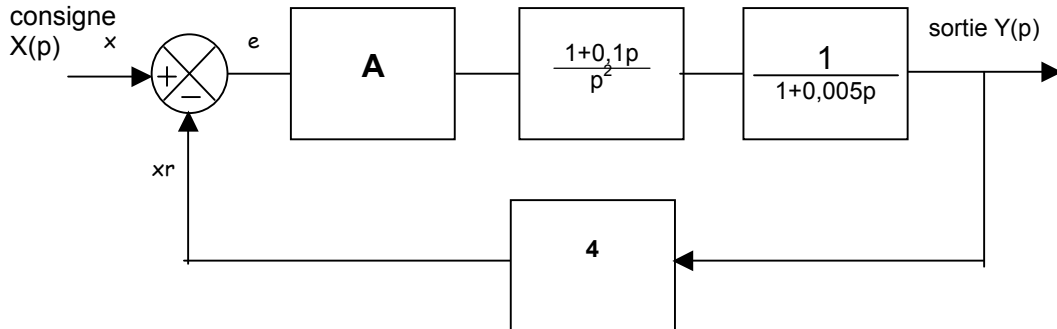
7) Que peut-on dire de l'erreur de cet enregistreur à une entrée constante ? à une rampe ?

ASS8- Réglage de la marge de phase d'une PLL



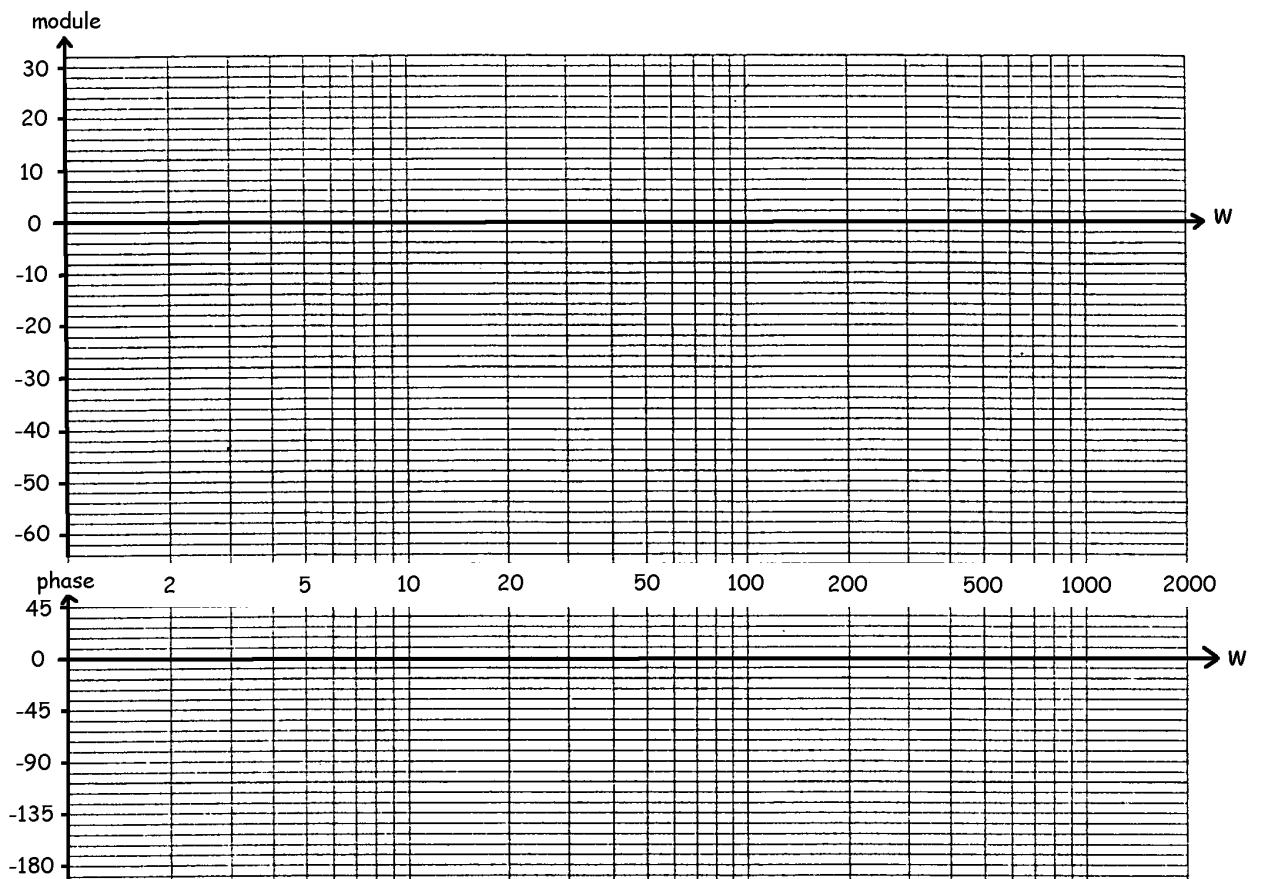
Comprendre comment on peut régler le gain d'un asservissement par une méthode graphique

Un asservissement de fréquence (boucle à verrouillage de phase) est modélisé par le schéma fonctionnel suivant :



1) Tracer le diagramme de Bode du système en boucle ouverte et déterminer les deux valeurs A_1 et A_2 de A qui correspondent à une marge de phase pour le système de 45 degrés.

2) Pour $A = A_2$, calculer l'erreur du système à une entrée échelon $x(t) = 1$, à une rampe $x(t) = t$ ($X(p) = 1/p^2$) puis à une entrée parabolique $x(t) = t^2$ ($X(p) = 2/p^3$).

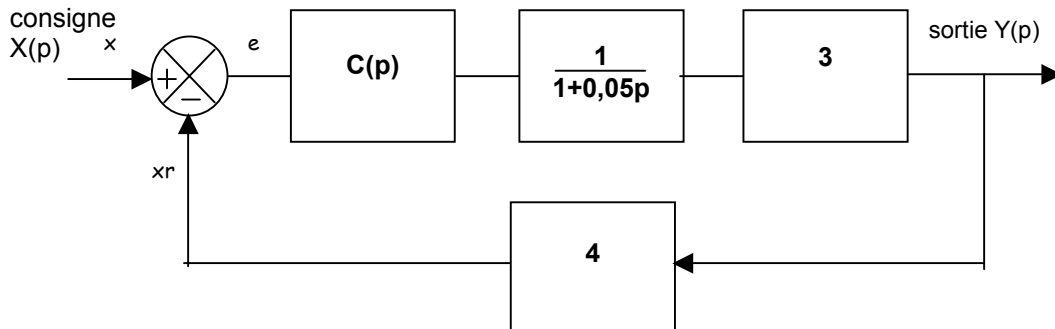


ASS9- Précision d'un asservissement



Savoir calculer les erreurs d'un asservissement à des entrées simples et corriger ces erreurs

On considère le système asservi suivant :



1) Pour le système non corrigé (et donc $C(p) = 1$) tracer le diagramme de Bode du gain en boucle ouverte $I(j\omega)$ et en déduire la marge de phase φ_m du système.

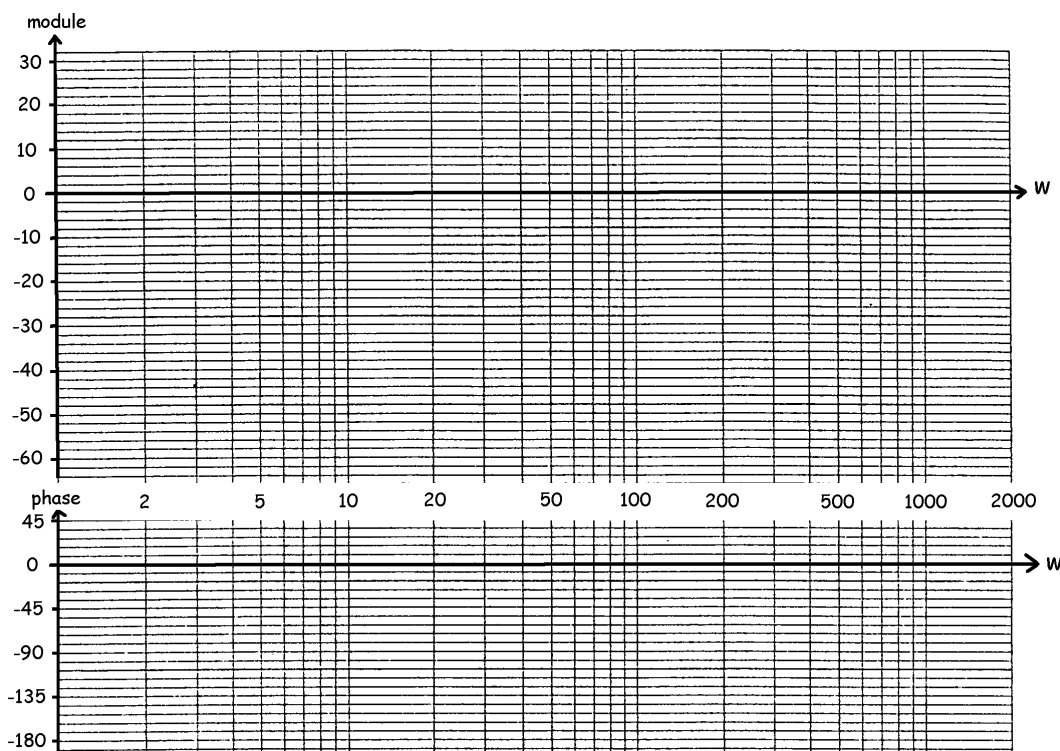
2) Calculer l'erreur ε de ce système bouclé à une entrée $x(t) = 2$, puis $x(t) = 3t$.

3) On souhaite améliorer la précision de ce système à l'aide d'un correcteur proportionnel-intégral de transmittance :

$$C(p) = \frac{1 + \tau p}{\tau p} \quad \text{avec } \tau = 0,5 \text{ s}$$

Tracer le nouveau diagramme de Bode du système en boucle ouverte et conclure quant à la stabilité du système corrigé

4) Calculer les erreurs du système corrigé pour les deux entrées définies précédemment et conclure.

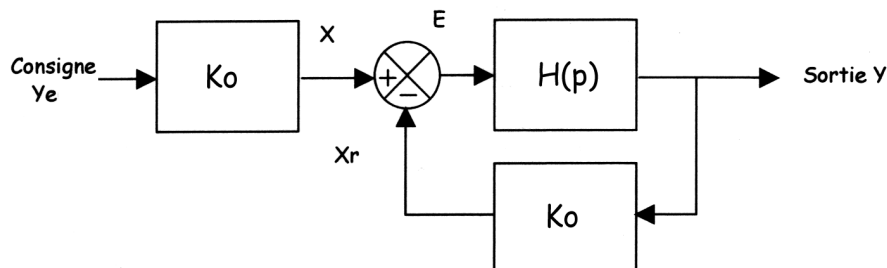


ASS10- Classe d'un système asservi et précision



Savoir reconnaître la classe d'un système asservi et prévoir sa précision

Un système asservi peut être représenté par le schéma fonctionnel suivant :



Pour les 4 systèmes suivants, déterminer la classe et prévoir les erreurs en sortie pour les 3 entrées standards.

⇒ **Système 1 :**

$$H(p) = 100 \frac{1 + 0,2p}{p(1 + 0,03p)}$$

Classe :

- erreur à un échelon :
- erreur à une rampe :
- erreur à une entrée parabolique :

⇒ **Système 2 :**

$$H(p) = 2 \frac{1}{(1 + 0,2p)(1 + 0,03p)}$$

Classe :

- erreur à un échelon :
- erreur à une rampe :
- erreur à une entrée parabolique :

⇒ **Système 3 :**

$$H(p) = 25 \frac{p(1 + 0,2p)}{p^3(1 + 0,008p)}$$

Classe :

- erreur à un échelon :
- erreur à une rampe :
- erreur à une entrée parabolique :

⇒ **Système 4 :**

$$H(p) = 100 \frac{1 + 0,007p}{p(1 + 0,2p + 0,007p^2)}$$

Classe :

- erreur à un échelon :
- erreur à une rampe :
- erreur à une entrée parabolique :

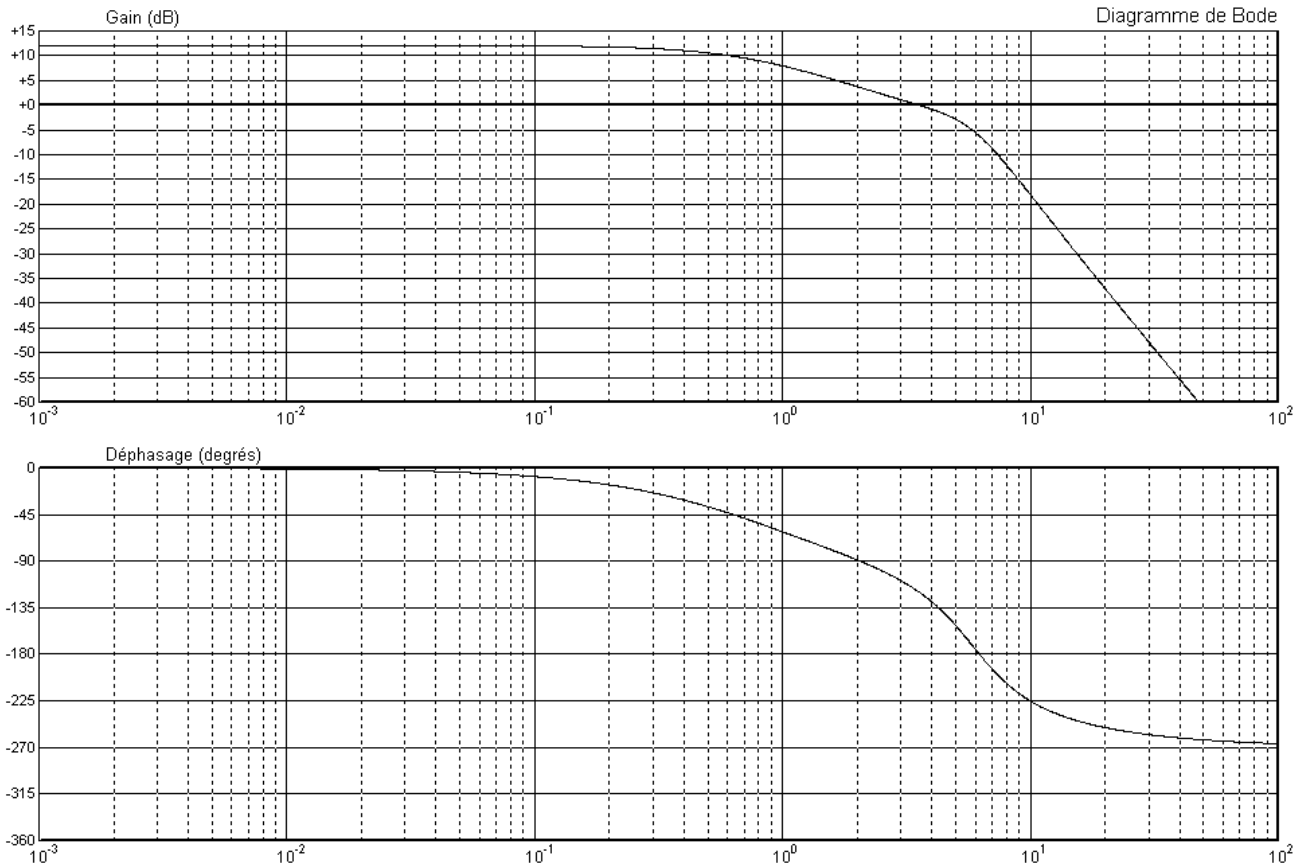
ASS11- Filtre correcteur



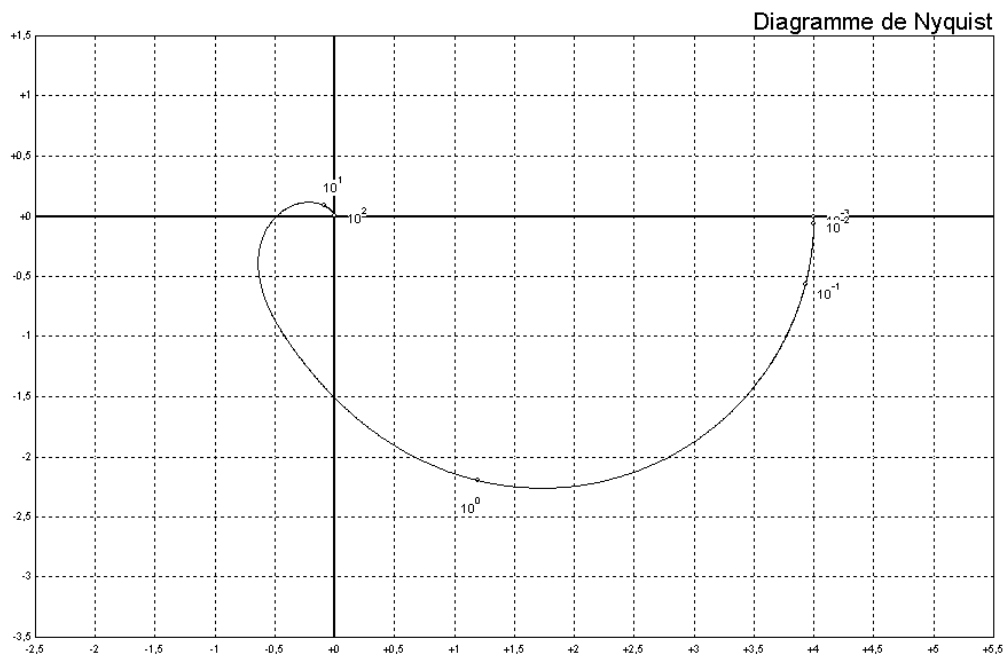
Comprendre comment un filtre correcteur peut améliorer la précision d'un système

Un système asservi est caractérisé par la transmittance de boucle : $T(p) = \frac{4}{1+0,23p+0,006p^2+0,00015p^3}$

Le diagramme de Bode est le suivant :



1) Mesurer la marge de phase du système et la retrouver sur le diagramme de Nyquist.

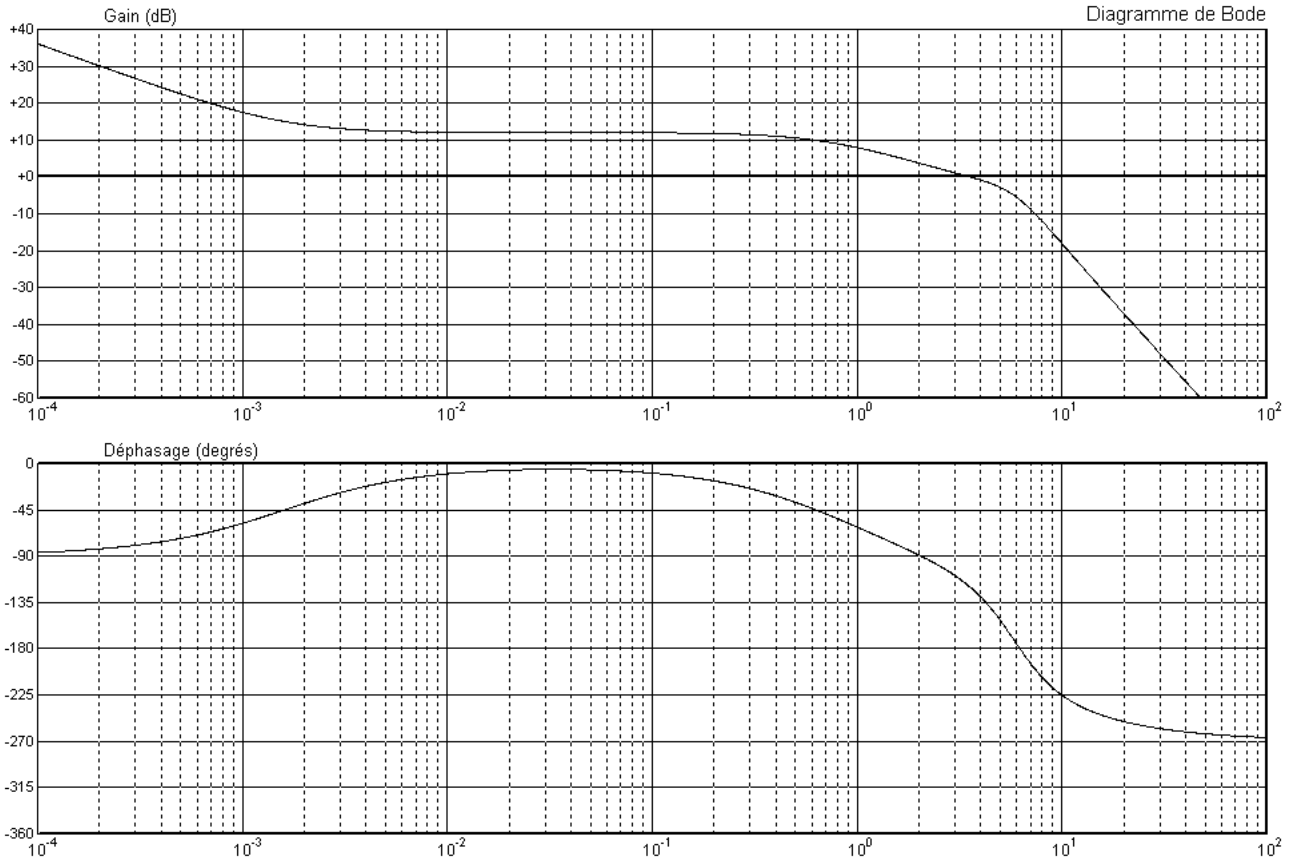


Pour améliorer sa précision, on augmente sa classe avec un correcteur de transmittance :

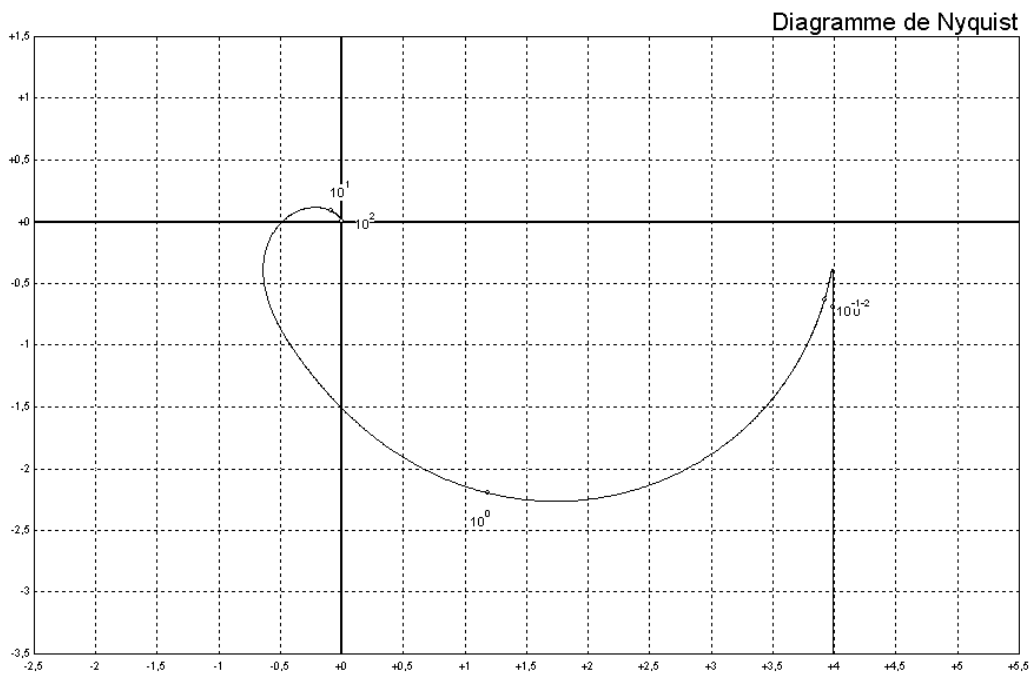
$$C(p) = \frac{1+100p}{100p}$$

2) Comment s'écrit C(p) aux basses fréquences ? aux hautes fréquences ?

3) Retrouver ces résultats sur le diagramme de Bode du système corrigé :



et sur son diagramme de Nyquist :



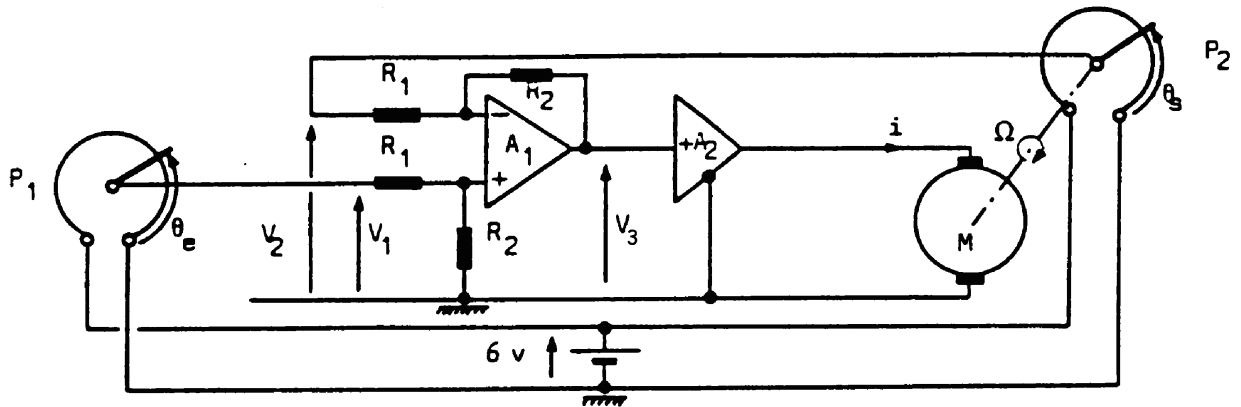
ASS12- Correction d'un asservissement de position



Comprendre le rôle du correcteur dans le fonctionnement d'un asservissement

Une chaîne d'asservissement de position comporte les éléments suivants :

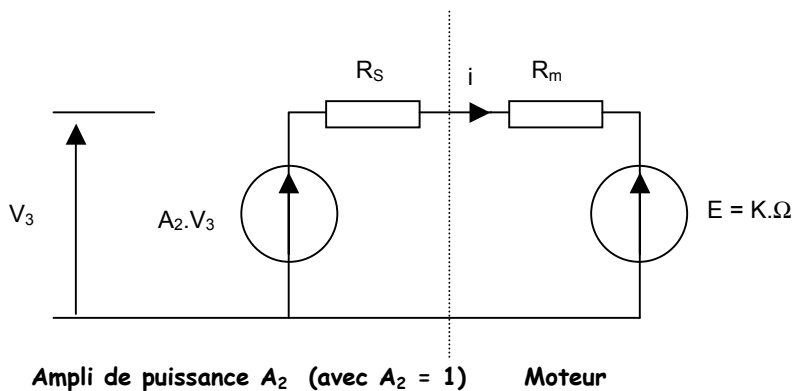
- deux potentiomètres P_1 et P_2 alimentés en 6V et ayant un angle de rotation maximal de 6 radians
- un moteur de résistance $R_m = 25 \Omega$, d'inductance négligeable et de constante de couple $K = 0,2$
- un comparateur A_1 à AOP avec $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$
- un amplificateur de puissance A_2 d'amplification en tension à vide de 1 et de résistance de sortie $R_s = 5 \Omega$
- des parties tournantes dont l'inertie totale ramenée sur l'arbre du moteur vaut $J = 10^{-4} \text{ kgm}^2$



1) Exprimer la tension $V_3(p)$ en fonction de $V_1(p)$ et de $V_2(p)$. Remplir le bloc correspondant du schéma fonctionnel.

2) Etablir la transmittance des potentiomètres de consigne P_1 et de lecture P_2 et remplir les blocs correspondants.

3) A partir du schéma équivalent de l'ensemble (ampli A_2 + moteur), établir une relation entre le courant $I(p)$ dans le moteur, sa vitesse $\Omega(p)$ et la tension $V_3(p)$.

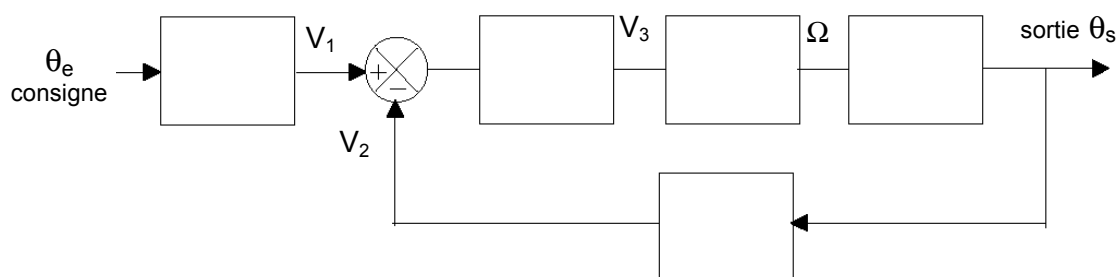


4) La loi fondamentale de la dynamique s'écrit, si on néglige tous les frottements mécaniques : $J \frac{d\Omega(t)}{dt} = K.I(p)$

En appliquant cette loi et en utilisant le résultat de la question précédente, montrer que la transmittance de l'ensemble

(ampli A₂ + moteur) s'écrit : $H(p) = \frac{\Omega(p)}{V_3(p)} = \frac{5}{1+0,08p}$

5) Compléter le schéma fonctionnel du système et en déduire sa transmittance en boucle ouverte T(p).

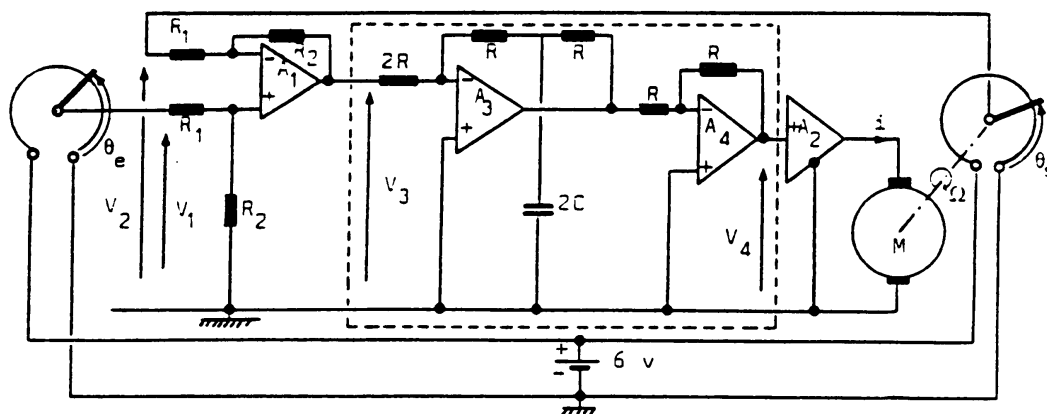


T(p) =

6) Donner l'expression de la transmittance en boucle fermée de l'asservissement et calculer son amortissement m.

7) Conclure quant à son comportement en réponse à un échelon

Pour améliorer le fonctionnement de l'asservissement, on introduit un correcteur entre le comparateur et l'amplificateur de puissance selon le schéma suivant :



8) Sachant que $\frac{V_4(p)}{V_3(p)} = 1 + RCp$ établir la relation entre $v_4(t)$ et $v_3(t)$ et en déduire le type du correcteur introduit.

9) Donner l'expression de la transmittance de boucle $T_c(p)$ du système corrigé. Sachant que $R = 39 \text{ k}\Omega$, calculer la valeur de C pour que la transmittance en boucle ouverte se réduise à un simple intégrateur.

10) En déduire l'expression de la transmittance en boucle fermée $T_c(p)$ et caractériser la réponse indicielle du système ainsi corrigé.

ASS13- Correcteur proportionnel-intégral



Comprendre le rôle du correcteur dans le fonctionnement d'un asservissement

Un asservissement à retour unitaire a une fonction de transfert en bo : $T(p) = \frac{G}{(1+0,1p)(1+0,0125p)}$

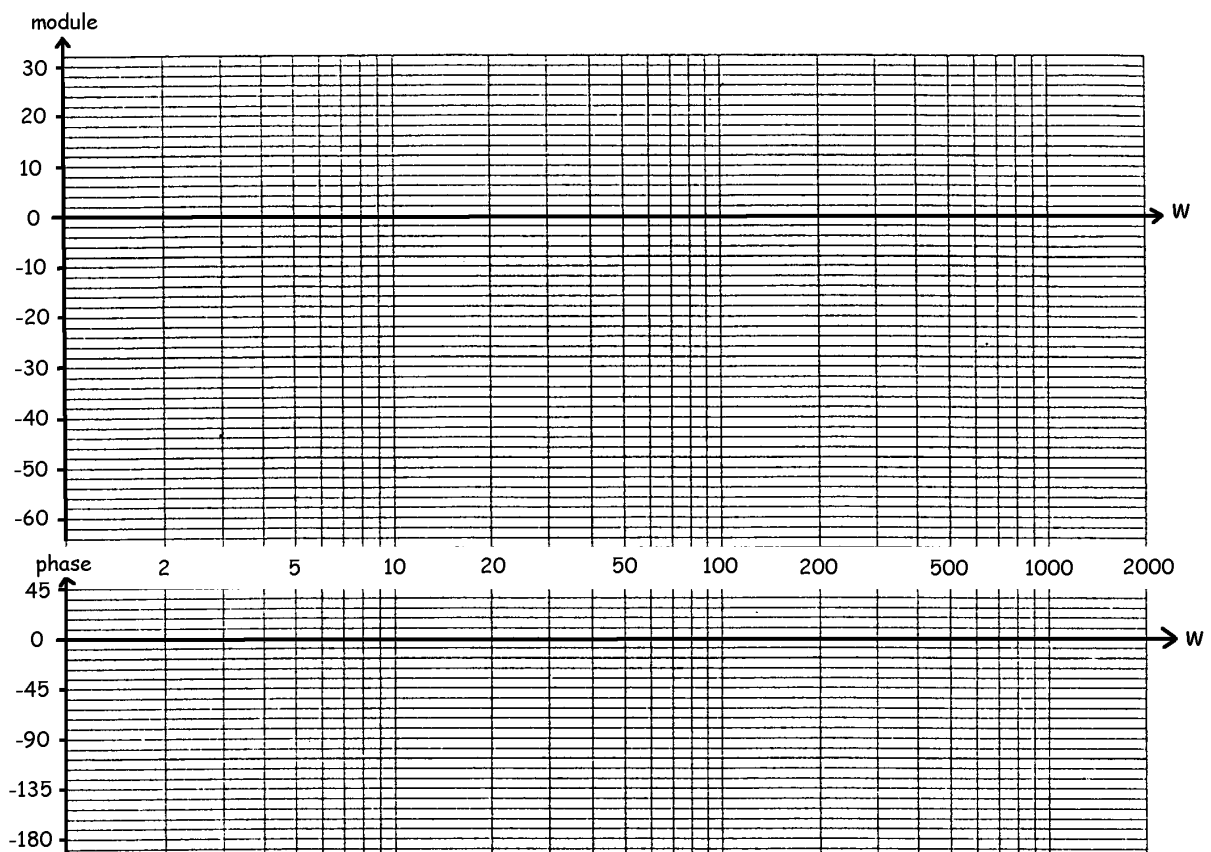
- 1) Pour $G=1$, tracer le diagramme de Bode du système en boucle ouverte
- 2) Déterminer la valeur de G_1 correspondant à une marge de phase de 45 degrés.
- 3) Calculer les erreurs à une entrée échelon, rampe et parabolique.

4) Pour annuler l'erreur statique, on corrige le système à l'aide d'un correcteur de transmittance : $C(p) = \frac{1+\tau p}{\tau}$

On place ce correcteur pour compenser le premier pôle. Quelle devra être la valeur de τ ?

5) Tracer le nouveau diagramme de Bode du système et en déduire la nouvelle valeur du gain G_2 qui donne la même marge de phase que précédemment.

6) Calculer dans ce cas les valeurs des erreurs à un échelon, à une rampe et à une entrée parabolique.



Exercice ASS1 :

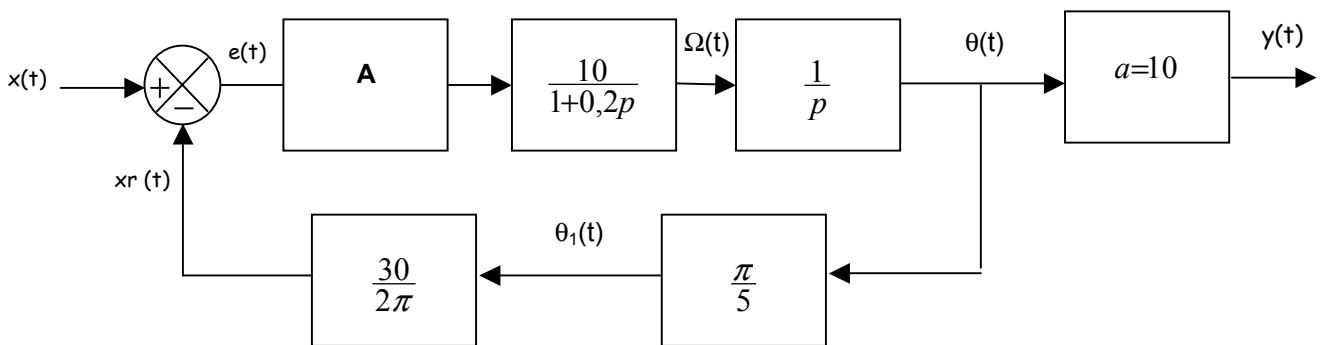
- 1) $T = H_0 \cdot K_0 = 180$ 2) $T = \frac{T}{1+T} = \frac{180}{181} = 0,99447$
- 3) pour $Y_e = 10$: $X = 1$ $Y = 9,99447$ $X_r = 0,99447$ $E = X - X_r = 0,00552$
- 4) erreur absolue : $\mathcal{E} = Y - Y_e = Y_e \frac{T}{1+T} - Y_e = Y_e \frac{1}{1+T}$
 erreur relative : $e_r = \frac{Y - Y_e}{Y_e} = \frac{1}{1+T} = 0,0055 = 0,55\%$
- 5) $e_r = \frac{1}{1+T} = 0,0027 = 0,27\%$ l'erreur diminue si le gain de boucle augmente

Exercice ASS2 :

- 1) $n_0 = 1000$ trs/mn $n_1 = 950$ trs/mn $\Delta n/n_0 = 0,05 = 5\%$
- 2) 3) $n = \frac{5000}{1+50} x = 98,04x$ pour avoir 1000 trs/mn, il faut : $x_0 = 10,2$ V
- 4) $n = \frac{5000}{1+50} x - \frac{5}{1+50} C = 98,04x - 0,098C$
- 5) pour $x_0 = 10,2$ V et C 10 Nm, on a une vitesse : $n = 1000 - 0,98 \approx 999$ trs/mn soit $\Delta n/n_0 = 0,001 = 0,1\%$
- 6) Si on veut encore diminuer l'erreur, il faut augmenter le gain de l'ampli. En pratique, ecette augmentation peut conduire à l'instabilité.

Exercice ASS3 :

1)



2) transmittance de boucle : $T(p) = \frac{30A}{p(1+0,2p)}$ le rayon a n'intervient pas dans T(p)

transmittance en boucle fermée : $T(p) = \frac{\frac{10}{3}}{1 + \frac{p}{30A} + \frac{0,2p^2}{30A}}$

en régime permanent $T_0 = \frac{10}{3}$ une excursion de ± 15 V à l'entrée donne donc une variation pour y de ± 50 mm

3) pour avoir m = 1, il faut régler A = 0,04

Exercice ASS4 :

$$1) T(p) = \frac{10A}{1+0,1p} \quad 2) T(p) = \frac{10A}{1+10A+0,1p}$$

$$3) \text{ pour } A=50 : T(p) = \frac{500}{501+0,1p} = \frac{0,998}{1+0,0002p}$$

une entrée de 2 donne une sortie 2.0,998 = 1,996 soit une erreur absolue de 2-1,996 = 0,004 et relative de 0,004/2=0,2%

4) La sortie se stabilise à 1,996 avec un temps de réponse à 5% : $t_r = 3\tau = 0,6$ ms

Exercice ASS5 :

$$1) T(p) = \frac{0,1}{1 + \frac{p}{0,05A} + \frac{p^2}{0,5A}}$$

$$2) \omega_0 = \sqrt{0,5A} \quad \text{et} \quad m = \frac{7,07}{\sqrt{A}} \quad D=20\% \text{ est obtenu pour } m = 0,43 \quad \text{soit } A = 270$$

3) Un dépassement $D = 20\%$ correspond à une marge de phase $\varphi_m = 45$ degrés

Exercice ASS6 :

1) Graphiquement $\varphi_m = 55^\circ$ environ (mesurée à 1,2 Hz, lorsque $T=0$ dB)

2) $\varphi_m = 45^\circ$ est obtenue à 3 Hz avec $A = 10$ dB

3) Le système devient instable ($\varphi_m = 0^\circ$, $\arg(T) = -180^\circ$) si $A = 25$ dB. Il oscille alors à 8 Hz environ.

Exercice ASS7 :

1) $U = E + rI$ soit $E = U - rI = 20V$ cette fem est obtenue à 1000 trs/mn, soit $K = E/\Omega = 0,19$ (Ω en rads/s !)

$$2) U(p) = rI(p) + K\Omega(p) \quad \text{et} \quad Jp\Omega(p) = KI(p)$$

$$\text{On en déduit : } T(p) = \frac{\frac{1}{K}}{1 + \frac{rJ}{K^2}p} = \frac{5,23}{1 + 0,0137p}$$

$$3) x = \theta/2\pi \quad u_r = 2x$$

$$4) T(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{1,67}(1 + j\frac{\omega}{73})} \quad \text{marge de phase } \varphi_m = 90^\circ \text{ trop élevée}$$

5) $\varphi_m = 45^\circ$ est obtenue à 75 Hz avec $A = 36$ dB = 63 La réponse est caractérisée par un dépassement de 20%.

$$6) \text{ Avec } A_1 = 22 \text{ on a } T(p) = \frac{0,5}{1 + \frac{p}{36,7} + \frac{p^2}{2679}} \quad \text{soit} \quad \omega_0 = 51,7 \text{ rads/s} \quad \text{et} \quad m = 0,7$$

La réponse est caractérisée par un dépassement de $D = 4\%$ et un temps de réponse $t_r = 0,06$ s

7) L'asservissement est de classe 1 et a une erreur nulle à une entrée constante et une erreur constante à rampe.

Exercice ASS8 :

$$1) T(p) = \frac{4A(1+0,1p)}{p^2(1+0,005p)} \quad \text{et donc, si } A = 1 : \quad \underline{T(j\omega)} = \frac{1 + \frac{p}{10}}{(j\frac{\omega}{2})^2(1 + j\frac{\omega}{200})}$$

- en BF la pente est de -40 dB/de cet passe par 0 dB à $\omega = 2$ rads/s, la phase est à -180°
- à $\omega = 10$ rads/s, cassure du premier ordre vers le haut
- à $\omega = 200$ rads/s, cassure du premier ordre vers le bas

Une $\varphi_m = 45^\circ$ est obtenue à 10 rads/s avec $A = 30$ dB = 32 et à 200 rads/s avec $A_2 = 58$ dB = 700 .

$$2) \text{ Pour } A = 700, \text{ la transmittance s'écrit : } T(p) = \frac{2800(1+0,1p)}{p^2(1+0,005p)}$$

Le système est de classe 2, les erreurs à une entrée échelon et rampe sont donc nulles et l'erreur à une entrée parabolique est constante.

$$\text{Si } x(t) = t^2 \quad \text{alors } X(p) = 2/p^3 \quad \text{et} \quad Y_e(p) = 0,5/p^3$$

$$\text{L'erreur vaut donc : } \varepsilon(p) = Y_e(p) \frac{1}{1+T(p)} \quad \text{soit}$$

$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p Y_e(p) \frac{1}{1+T(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{0,5}{p^3(1 + \frac{2800(1+0,1p)}{p^2(1+0,005p)})} = \frac{0,5}{2800} = 1,8 \cdot 10^{-4}$$

Exercice ASS9 :

$$1) T(p) = \frac{12}{1+0,05p} \quad \text{soit} \quad \underline{T(j\omega)} = \frac{12}{1+j\frac{\omega}{20}} \quad \text{système du premier ordre avec } \varphi_m = 90^\circ \text{ à } \omega = 240 \text{ rads/s}$$

2) pour une entrée constante $x(t)=2$, on a une consigne $Y_e(p) = 0,5/p$ et l'erreur vaut :

$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p Y_e(p) \frac{1}{1+T(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{0,5}{p(1 + \frac{12}{1+0,05p})} = 0,038$$

pour une entrée en rampe, l'erreur tend vers l'infini

3) Le correcteur introduit une intégration en BF, et son action devient négligeable au-delà de $\omega = 2$ rads/s. Il ne modifie dans pas la courbe de Bode au voisinage de $\omega = 240$ rads/s et n'influe donc pas sur la stabilité du système.

$$4) \text{ La transmittance corrigée s'écrit : } T_c(p) = \frac{24(1+0,5p)}{p(1+0,05p)}$$

Le système est de classe 1, l'erreur à une entrée constante est donc nulle.

Pour une entrée en rampe $x(t)=3t$, la consigne s'écrit $Y_e(p) = 0,75/p^2$ et l'erreur vaut :

$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p Y_e(p) \frac{1}{1+T(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{0,75}{p^2(1 + \frac{24(1+0,5p)}{p(1+0,05p)})} = 0,03$$

Le correcteur proportionnel améliore la précision sans dégrader la stabilité.

Exercice ASS10 :

$$\Rightarrow \text{Système 1 : } H(p) = 100 \frac{1+0,2p}{p(1+0,03p)}$$

Classe : 1

- erreur à un échelon : nulle
- erreur à une rampe : constante
- erreur à une entrée parabolique : infinie

$$\Rightarrow \text{Système 2 : } H(p) = 2 \frac{1}{(1+0,2p)(1+0,03p)}$$

Classe : 0

- erreur à un échelon : constante
- erreur à une rampe : infinie
- erreur à une entrée parabolique : infinie

$$\Rightarrow \text{Système 3 : } H(p) = 25 \frac{p(1+0,2p)}{p^3(1+0,008p)}$$

Classe : 3

- erreur à un échelon : nulle
- erreur à une rampe : nulle
- erreur à une entrée parabolique : nulle

$$\Rightarrow \text{Système 4 : } H(p) = 100 \frac{1+0,007p}{p(1+0,2p+0,007p^2)}$$

Classe : 1

- erreur à un échelon : nulle
- erreur à une rampe : constante
- erreur à une entrée parabolique : infinie

Exercice ASS11 :1) Système non corrigé : $\varphi_m = 60^\circ$ 2) Le correcteur a une pulsation charnière de $\omega = 0,01$ rad/s :

- aux basses-fréquences ($\omega \ll 0,01$ rad/s) : $C(p) = 1/100p \Rightarrow$ le correcteur est un intégrateur
- aux fréquences élevées ($\omega \gg 0,01$ rad/s) : $C(p) = 1 \Rightarrow$ le correcteur n'a plus d'influence sur le système

3) la marge de phase n'a pratiquement pas été modifiée

Exercice ASS12 :

1) $V_3 = 100(V_1 - V_2)$

2) pour les potentiomètres, la tension varie de 6V pour une rotation de 6 radians, soit $K = 1$

3) On en déduit : $I(p) = \frac{V_3(p) - K \cdot \Omega(p)}{R_s + R_m}$ on posera : $R_T = R_s + R_m$

4) L'équation précédente s'associe à celle de la dynamique : $Jp\Omega(p) = KI(p)$ ce qui donne :

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{R_T J}{K^2} p} = \frac{5}{1 + 0,08p}$$

5) La transmittance de boucle s'écrit : $T(p) = \frac{500}{p(1+0,08p)}$

6) La transmittance en boucle fermée a pour expression : $T(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{500} + \frac{0,08 \cdot p^2}{500}}$

La pulsation propre de ce système vaut : $\omega_0 = 79$ rads/s et l'amortissement : $m = 0,079$

7) Cet amortissement est bien trop faible, la stabilité insuffisante et la réponse indicielle catastrophique (50 oscillations !)

8) $v_4(t) = v_n(t) + RC \frac{dv_3(t)}{dt}$ c'est un correcteur proportionnel-dérivé

9) $T_c(p) = \frac{500(1+RCp)}{p(1+0,08p)} = \frac{500}{p}$ si $RC=0,08$ soit $C = 2\mu F$

7) Dans ce cas, la transmittance en boucle fermée s'écrit : $T(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{500}}$

Le système corrigé est un système du 1^{er} ordre avec un temps de réponse de : $t_r = 3/500 = 6$ ms

Exercice ASS13 :

1) $\underline{T}(j\omega) = \frac{1}{(1+j\frac{\omega}{10})(1+j\frac{\omega}{80})}$

2) La marge de phase vaut $\varphi_m = 45^\circ$ à $\omega = 80$ rads/s avec un gain $G_1 = 21$ dB = 11,3

3) La transmittance s'écrit alors : $T(p) = \frac{11,2}{(1+\frac{p}{10})(1+\frac{p}{80})}$

L'erreur à un échelon vaut : $\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p Y_e(p) = \frac{1}{1+T(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p(1+\frac{11,2}{(1+0,1p)(1+0,0125p)})} = 0,082$

Les erreurs à une rampe et à une parabole sont infinies (système de classe 0)

4) La transmittance du système corrigé s'écrit : $T_c(p) = \frac{G(1+\tau p)}{(1+0,1p)(1+0,0125p)}$

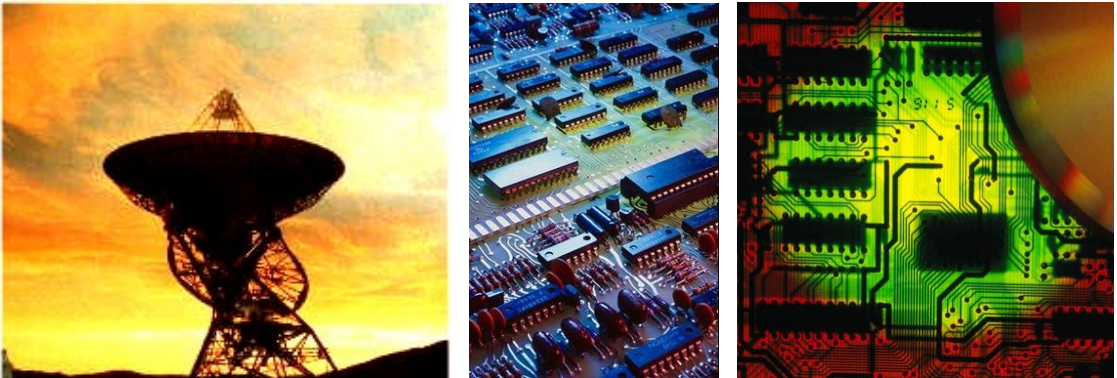
Si on veut compenser le premier pôle, il faut choisir : $\tau = 0,1$ s ce qui donne : $T_c(p) = \frac{G}{(1+0,0125p)0,1p}$

5) $\underline{T_c}(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{10}(1+j\frac{\omega}{80})}$ la marge de phase vaut $\varphi_m = 45^\circ$ à $\omega = 80$ rads/s avec un gain $G_2 = 21$ dB = 11,3

6) le système est de classe 1, l'erreur à une entrée constante est maintenant nulle, et l'erreur à une parabole infinie

l'erreur à une rampe vaut : $\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p Y_e(p) = \frac{1}{1+T(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p^2(1+\frac{11,3}{0,1p(1+0,0125p)})} = 0,009$

Questionnaire



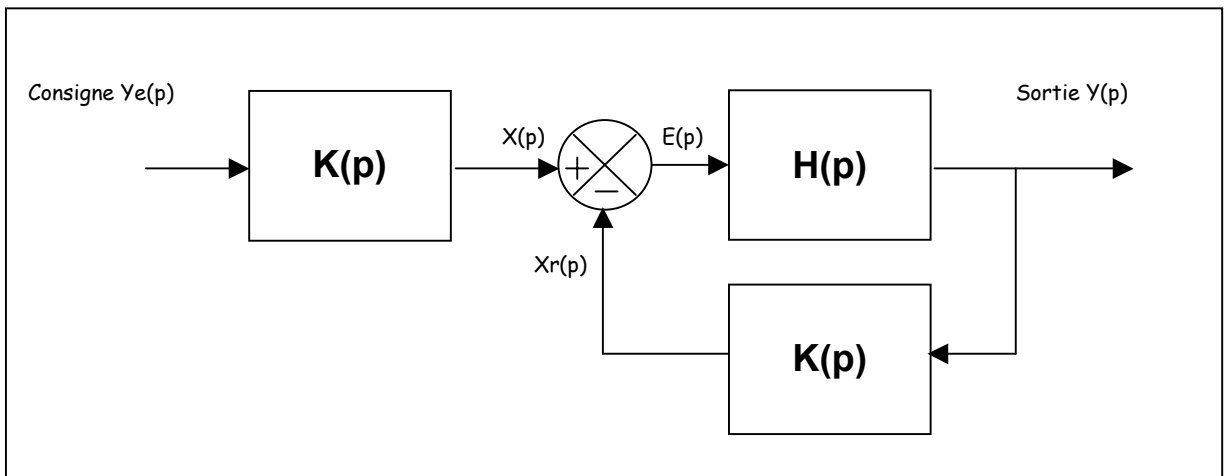
jean-philippe muller

version janvier 2008



Questions

1 Le schéma fonctionnel d'un système asservi est le suivant :



- a) les grandeurs $x(t)$, $x_r(t)$ et $e(t)$ sont le plus souvent des tensions Vrai Faux
- b) le capteur dans la chaîne de retour a souvent une transmittance constante $K(p)=K$ Vrai Faux
- c) si l'asservissement est idéal, le signal d'erreur $e(t)$ n'est pas nul Vrai Faux
- d) la chaîne directe $H(p)$ doit être très résistante aux perturbations Vrai Faux
- e) la chaîne directe doit avoir le gain le plus grand possible pour une bonne précision Vrai Faux
- f) le comparateur est réalisé avec un AOp monté en filtre passe-bas à 2 entrées Vrai Faux
- g) le bloc $K(p)$ à l'entrée de l'asservissement s'appelle « organe d'affichage » Vrai Faux

2 La transmittance en boucle fermée de l'asservissement précédent s'écrit :

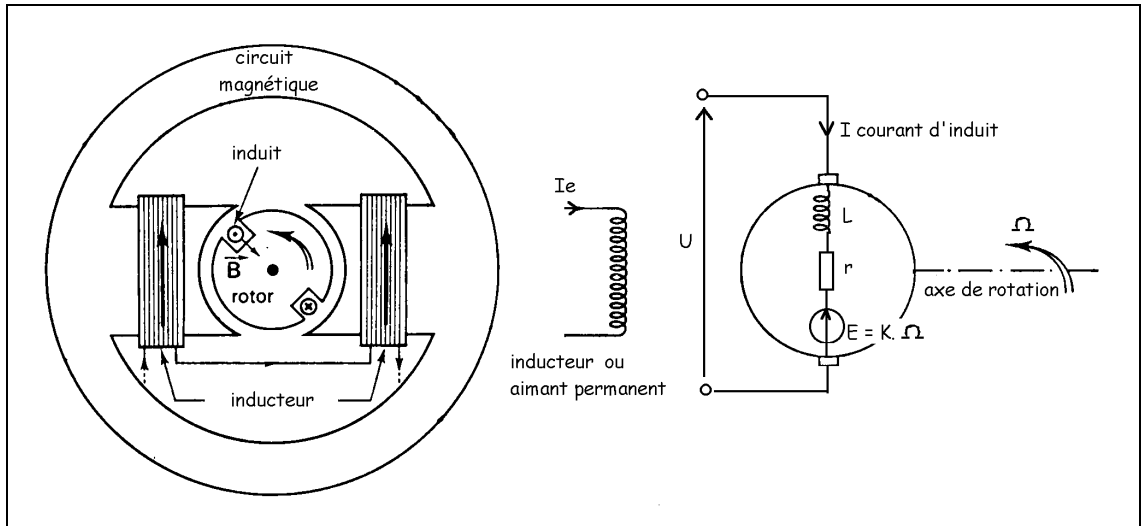
$$T'(p) = \frac{Y(p)}{Y_e(p)} = \frac{T(p)}{1+T(p)} \quad \text{si } T(p) = H(p) \cdot K \text{ est la transmittance de boucle}$$

- a) si l'amplification de la chaîne directe est importante, on a pratiquement $T'(p) = 1/K$ Vrai Faux
- b) $T'(p)$ ne change pas si on enlève l'organe d'affichage Vrai Faux
- c) les propriétés de l'asservissement dépendent entièrement du gain en bo $T(p)$ Vrai Faux
- d) on peut prévoir la stabilité et la précision en étudiant $T(p)$ Vrai Faux

3 Dans un système asservi réel, la chaîne directe :

- a) présente souvent des non-linéarités Vrai Faux
- b) les amplis de $H(p)$ n'introduisent pas de phénomènes perturbateurs Vrai Faux
- c) la transmittance $H(p)$ n'est quelquefois pas constante dans le temps Vrai Faux
- d) le capteur est toujours un élément qu'il faut choisir soigneusement Vrai Faux

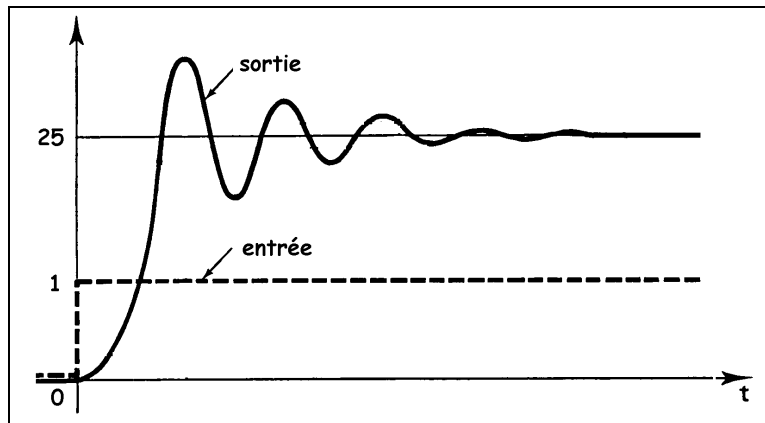
4 Le moteur à courant continu est très utilisé dans les asservissements



- a) il est souvent à aimant permanent et donc sans bobinage inducteur
- b) si l'inductance L est négligeable, le moteur a une transmittance du second ordre
- c) si l'inductance L est négligeable, le courant de démarrage vaut $U/(r+K)$
- d) il peut aussi être considéré comme un convertisseur tension-fréquence ou un VCO
- e) la fem E ne dépend que de la vitesse de rotation Ω

Vrai	Faux
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

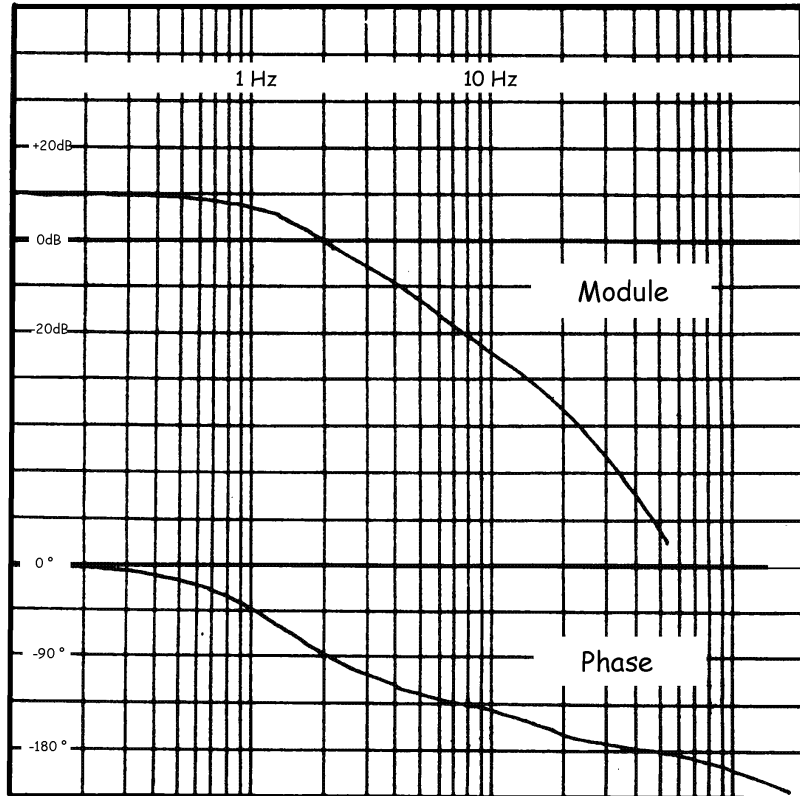
5 La réponse d'un système asservi a l'allure suivante :



- a) la transmittance statique en boucle fermée vaut $T'_0 = 1/25$
- b) le système est rigoureusement du second ordre
- c) la stabilité est satisfaisante si on accepte un dépassement
- d) l'erreur est importante immédiatement après la modification de la consigne
- e) ce système n'a que des pôles à partie réelle négative
- f) il ne peut pas avoir plus que 2 pôles

Vrai	Faux
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

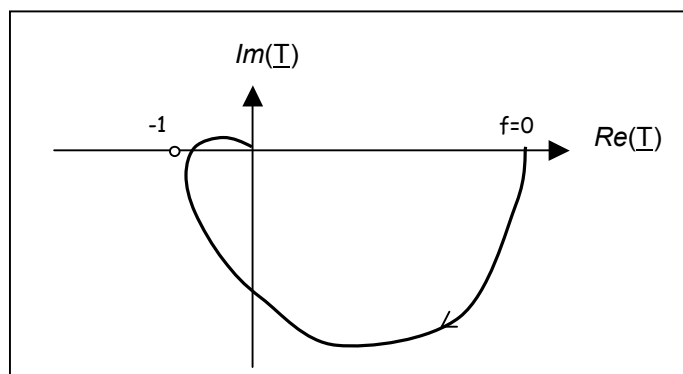
6 Le diagramme de Bode de la transmittance en bo d'un asservissement a l'allure suivante :



- a) ce système sera stable en boucle fermée
- b) ce système a une marge de phase de 45 degrés
- c) sa réponse indicielle en boucle fermée présentera une oscillation importante
- d) l'amplification dans la chaîne directe de ce système est bien réglée
- e) on peut améliorer la précision du système en augmentant le gain de 40 dB
- f) pour un système précis et stable, une augmentation de gain de 20 dB est un bon choix
- g) une augmentation de gain de 60dB amène le système à la limite de l'oscillation

Vrai	Faux
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

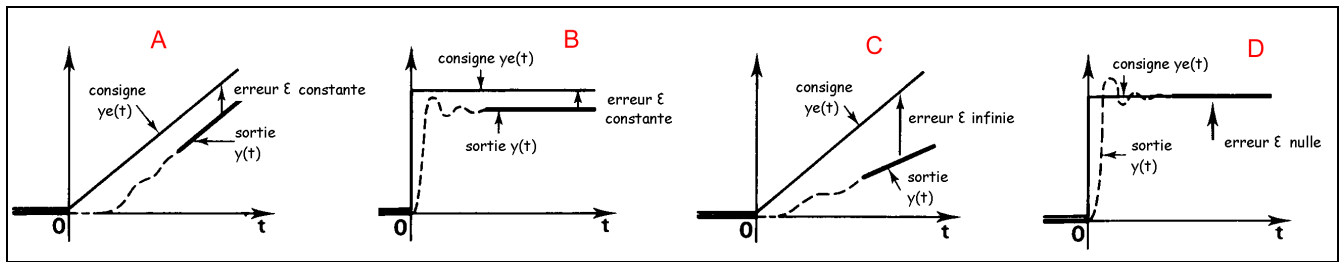
7 Le diagramme de Nyquist de la transmittance en bo d'un asservissement a l'allure suivante :



- a) ce système est stable en boucle fermée
- b) sa marge de phase est de l'ordre de 90 degrés
- c) une augmentation d'amplification d'un facteur 2 ne rend pas le système instable

Vrai	Faux
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8 Voici quelques réponses de systèmes à une entrée en échelon et en rampe :



- a) le système A est de classe 1
- b) le système B est de classe 1
- c) le système C est de classe 1
- d) le système D est au moins de classe 1

Vrai	Faux
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

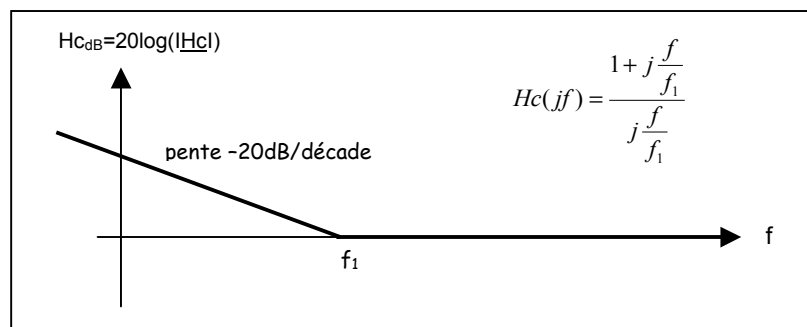
9 Un système asservi est caractérisé par la transmittance en boucle ouverte suivante :

$$T(p) = \frac{8}{p^2(p+4)}$$

- a) ce système est de classe 3
- b) la transmittance statique de ce système est $T_0 = 8$
- c) ce système est instable en boucle fermée
- d) pour rendre ce système utilisable, il faudrait ajouter un correcteur PI

Vrai	Faux
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10 Un système asservi est équipé du correcteur suivant :



- a) ce correcteur augmente la classe du système
- b) la marge de phase définie à f_0 n'est pas dégradée par ce correcteur si $f_1 \gg f_0$
- c) ajouté à un système de classe 1, ce correcteur permet d'annuler l'erreur à une rampe

Vrai	Faux
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Réponses

N°	Réponses justes	Commentaires
1	a, b, e, g	c) si l'asservissement est idéal $Y_e=Y$, $X=X_r$ et $E=0$ d) c'est la chaîne de retour K qui doit être fidèle et précise f) le comparateur est bien-sûr un soustracteur
2	c et d	a) si l'amplification de la chaîne directe est importante, on a $T'(p) = 1$ b) $T'=H/(1+T)$ c) et d) ceci explique qu'on étudie la stabilité (marge de phase) et la précision (classe) à partir des propriétés du gain en bo $T(p)$
3	a, c et d	b) les amplis de la chaîne directe saturent toujours en régime transitoire, car la sortie est alors très différente de l'entrée, et le signal d'erreur $e(t)$ important c) des dérivées thermiques en particulier feront varier l'expression de $H(p)$
4	a, d, e	b) si $L=0$, la transmittance est du premier ordre c) le courant de démarrage vaut U/r e) si le courant dans l'induit est important, le champ magnétique diminue un peu et la constante K diminue légèrement
5	c, d, e	a) la transmittance statique est égale à 25 b) et f) c'est un système qui se comporte comme un second ordre, il a donc deux pôles dominants complexes conjugués, mais on peut pas assurer qu'il n'y a pas des pôles supplémentaires plus éloignés de l'origine d) c'est toujours le cas
6	a, f, g	b) la marge de phase est de 90 degrés c) avec cette marge de phase, le système est très stable et sa réponse indicielle quasiment du premier ordre d) le système est « trop » stable, la marge de phase trop importante : il est possible d'améliorer la précision en augmentant le gain, tout en conservant une stabilité encore correcte e) avec 40 dB la marge de phase devient trop faible (15 degrés) et la réponse indicielle présente des oscillations excessives
7	a	a) et b) ce système a une marge de phase de l'ordre de 45 degrés et est donc stable en boucle fermée c) un doublement de l'amplification fait passer la courbe au-delà du point critique, le système sera donc instable
8	a, d	b) et c) système de classe 0
9	c	a) cette transmittance contient 2 intégrations, le système est de classe 2 b) avec 2 intégrations, le gain statique est infini c) deux intégrations introduisent déjà un déphasage de -180 degrés, la marge de phase est forcément négative, le système est instable d) ce système a besoin d'un correcteur à avance de phase qui rendrait la marge de phase positive
10	a et c	b) il faut bien-sûr $f_1 \ll f_0$